

# MODÈLES D'OSCILLATEURS AMORTIS (OU PAS !) PAR ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES APPLIQUÉS À LA MODÉLISATION DE LA FORCE D'ATTRACTION HOMÉOSTATIQUE SUR DES DONNÉES ESM

---

Bruno Dauvier

Anne Congard

Sarah Le Vigouroux

Jean-Baptiste Pavani

Jean-Luc Kop



# Questionnements

## Question Psychologique

- Relation personnalité (trait) → affects (états)

## Question conceptuelle

- Comment caractériser les états affectifs et de leur variations?

## Questions méthodologiques

- Comment modéliser les affects et leurs variations en lien avec la personnalité?
- Peut on le faire avec un seul modèle?

# Personnalité et Affects

## Névrosisme et affects négatifs (AN)

- Affects négatifs (AN) plus élevés en moyenne?
- AN très élevés plus fréquemment (effet sur le max)?
- Plus grande variabilité des AN?
- Effets inversés sur les Affects Positifs (AP)?
- Aspects temporels (inertie émotionnelle)?
- Dynamique intrinsèque cercles vicieux (rétroaction positive)?

## Extraversion et Affects Positifs (AP)

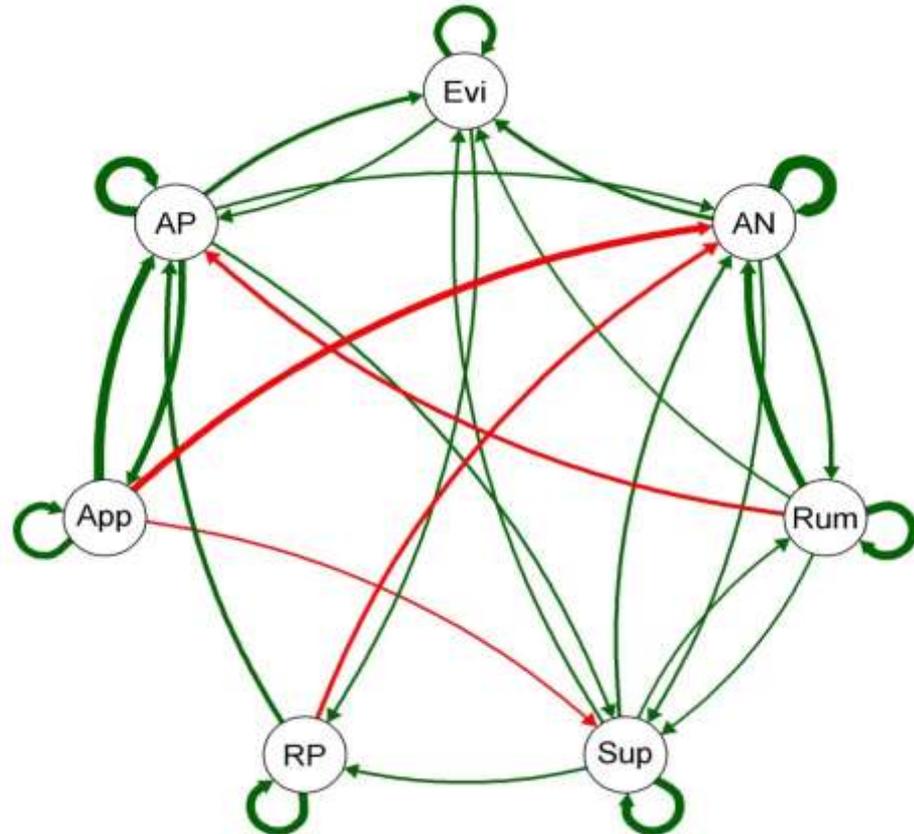
- AP plus élevé en moyenne?
- AP très élevés plus fréquemment (effet sur le max)?
- Plus grande variabilité des AP?
- Dynamique intrinsèque cercles vertueux (rétroaction positive)?

# Approche en réseau

## Effet de rétroaction positive

- Raisons théoriques : « Broaden an build theory » Fredrickson (2001)
- Systèmes dynamiques : rétroactions positives= instabilité (bulle prix)
- Éléments empiriques (Pavani et al. 2015)

- Boucle positive  
AP-Appréciation
- Boucle négative  
AN-Rumination

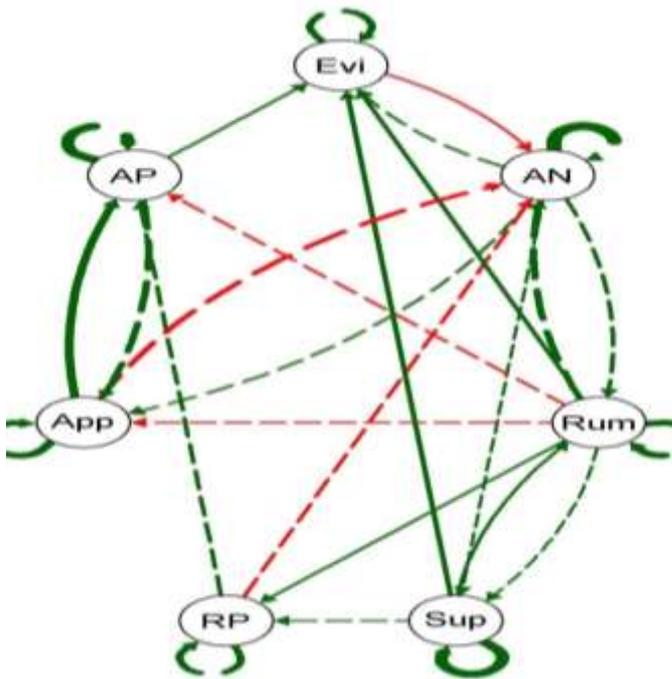


# Réseaux en fonction de l'extraversion

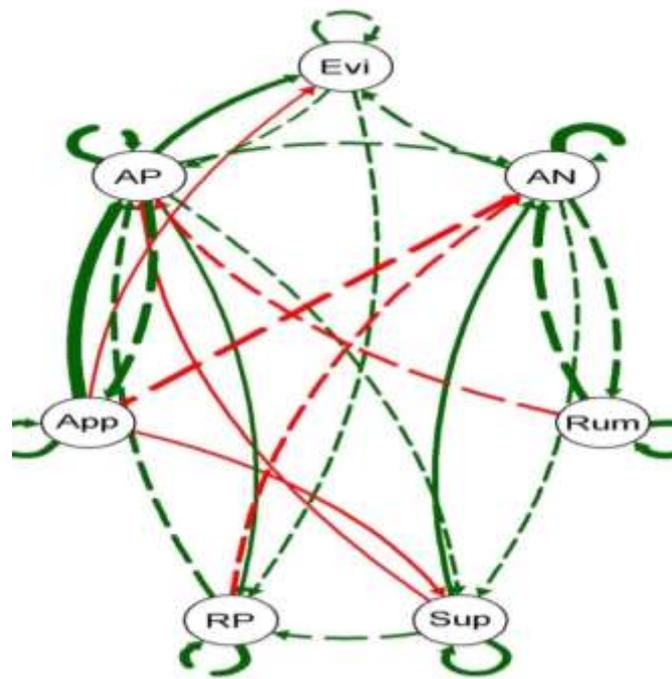
Boucle positive en lien avec l'extraversion

- Boucle AP appréciation plus marquée chez les extravertis  
→ plus de variabilité des AP avec une plus grande amplitude

Introvertis



Extravertis

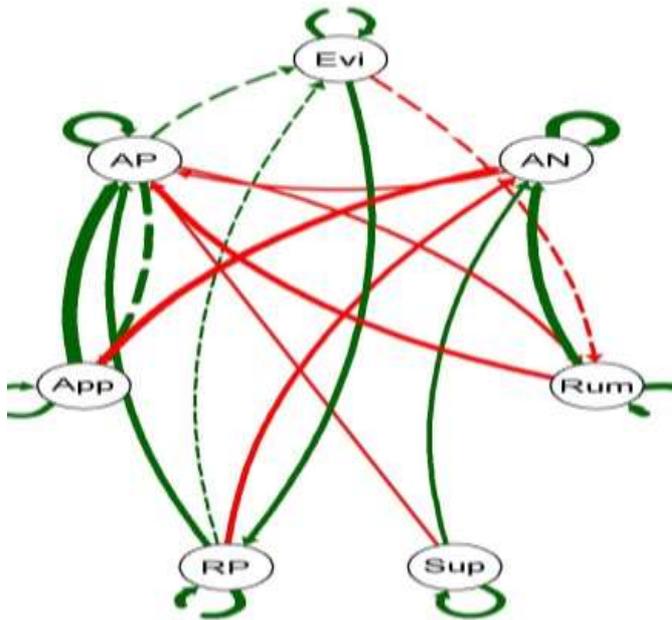


# Réseaux en fonction du névrosisme

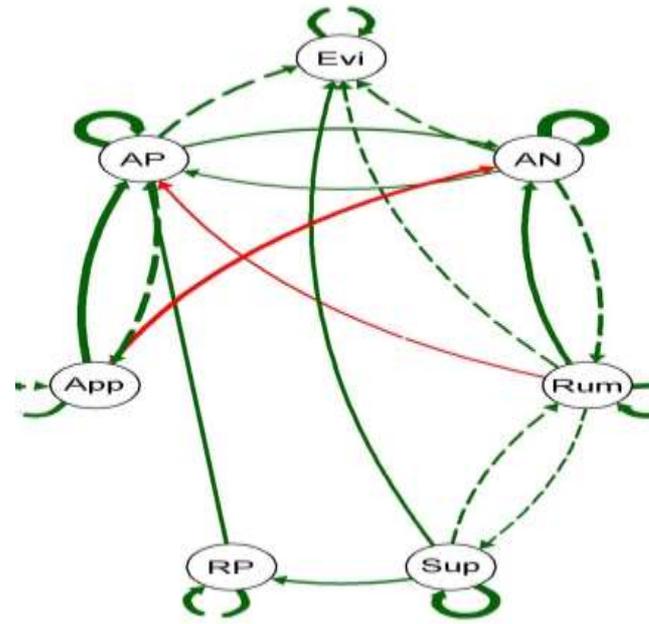
Boucle négative en lien avec le névrosisme

- Boucle AN-Rumination pas plus marquée mais boucle AP-App plus faible
  - Réseau moins structuré pour névrosisme élevé
- Moins de mécanismes limitant les AN

Stable émotionnellement



Instable émotionnellement



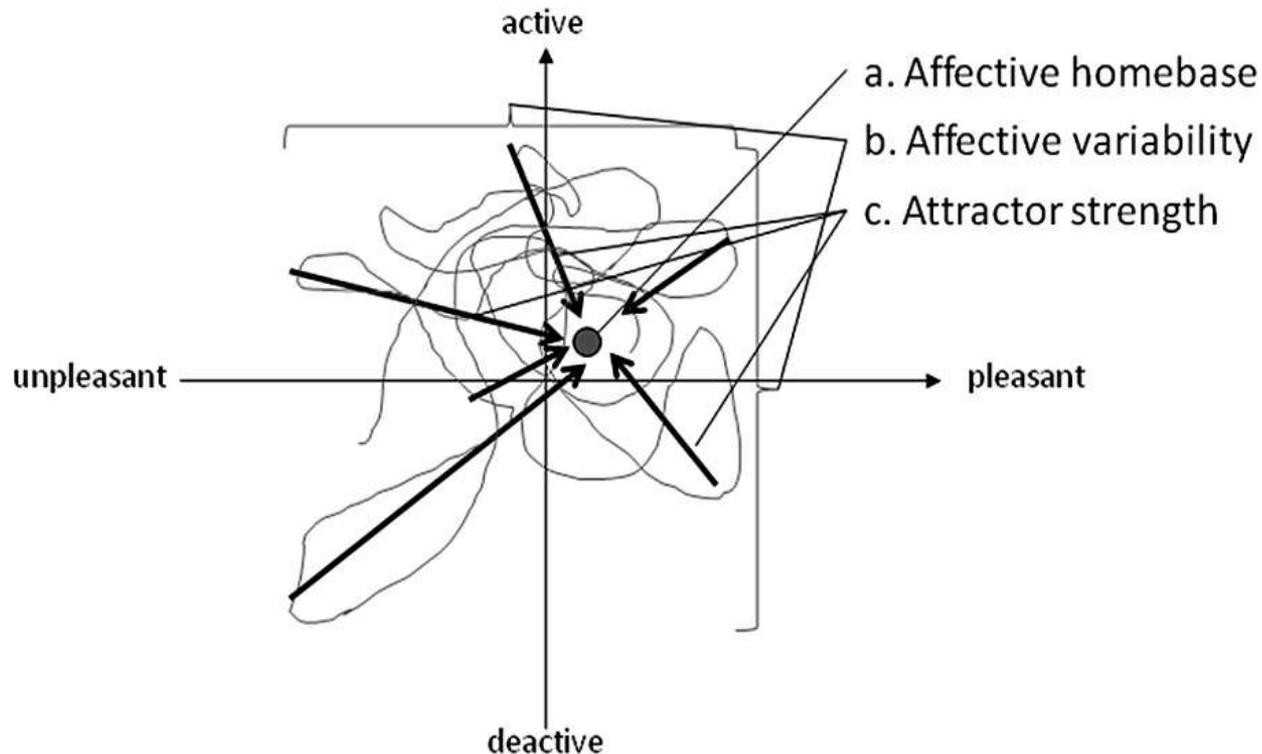
# Interaction Névrosisme x Extraversion et affects

## 4 profils Galéniques (Eysenck et Eysenck, 1985)

- Introvertis stables émotionnellement - (IS - Flegmatique)  
→ Ni cycles positifs ni cycles négatifs → très stables
- Extravertis stables émotionnellement – (ES - Sanguin)  
→ Uniquement cycles positifs → effets sur max AP
- Introvertis instables émotionnellement - (IN – Mélancoliques)  
→ Uniquement cycles négatifs → effets sur max AN
- Extravertis instables émotionnellement - (EN – Colériques)  
→ Cycles positifs et négatifs!!
  - Oscillation (Eysenck & Eysenck, 1985)
  - Compensation (Williams, 1990)

# Modèle conceptuel des variations émotionnelles

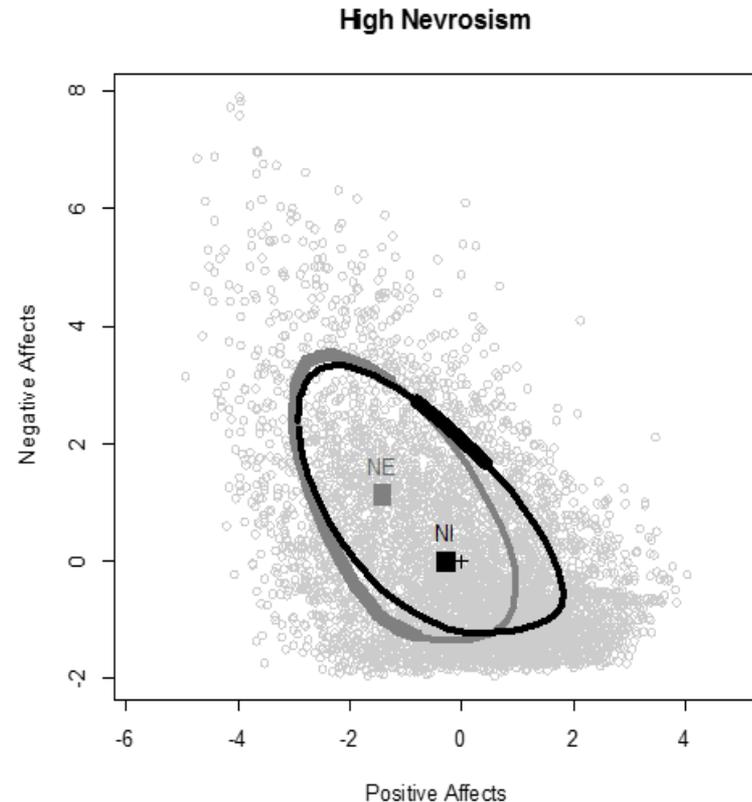
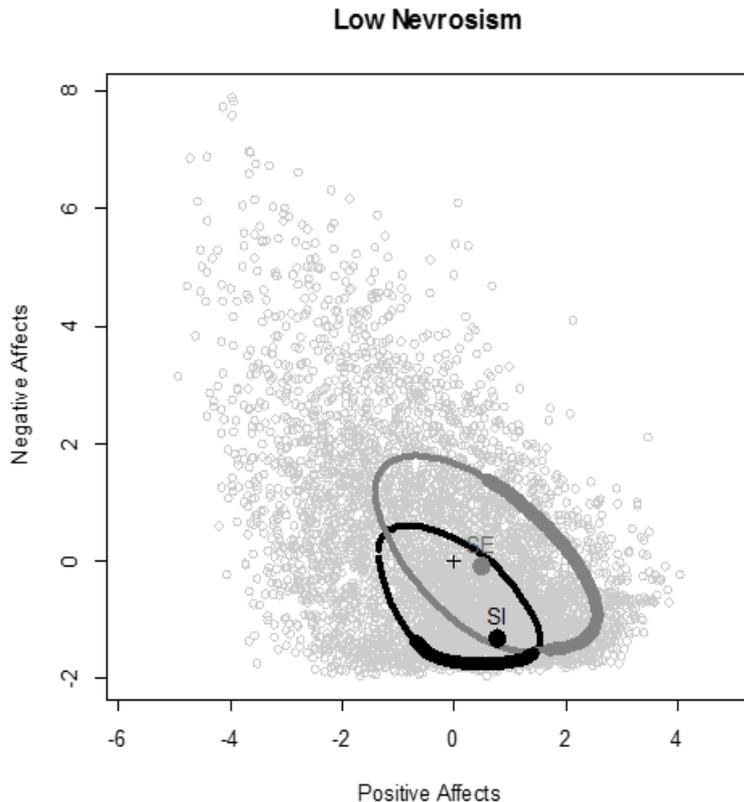
Modèle Dynaffect (Kuppens et al. 2010)



# Interaction Névrosisme x Extraversion et affects

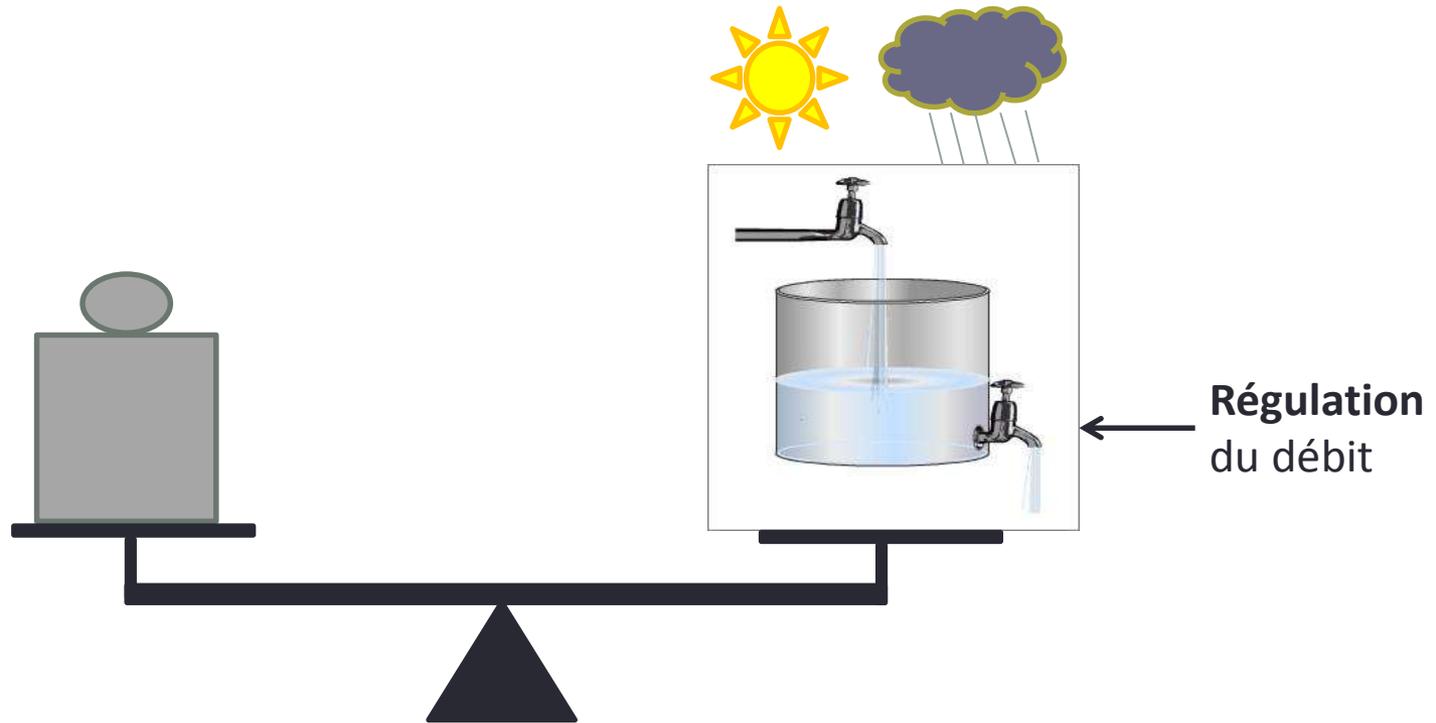
Variations et points d'ancrage par profil (Dauvier et al. en prep)

- Lien entre névrosisme et variabilité + max AN
  - Pour les stables : lien extraversion variabilité + max AP
- Atteinte de points plus élevés en AP et AN associée à + de variabilité



# Dynamique des systèmes autorégulés

## Equilibre dynamique

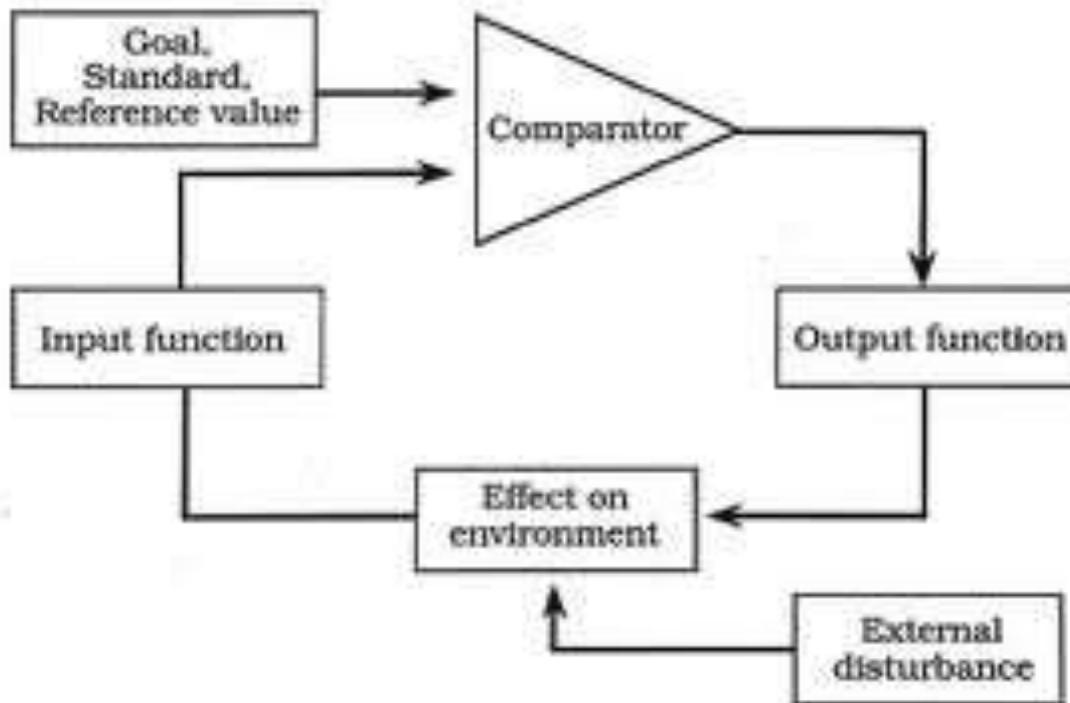


Un **équilibre dynamique** caractérise un système où des rétroactions se produisent pour maintenir ou tenter de maintenir un certain niveau dit d'équilibre.

Biologie : homéostasie (régulation de la température, du rythme cardiaque)  
Science de l'ingénieur: cybernétique

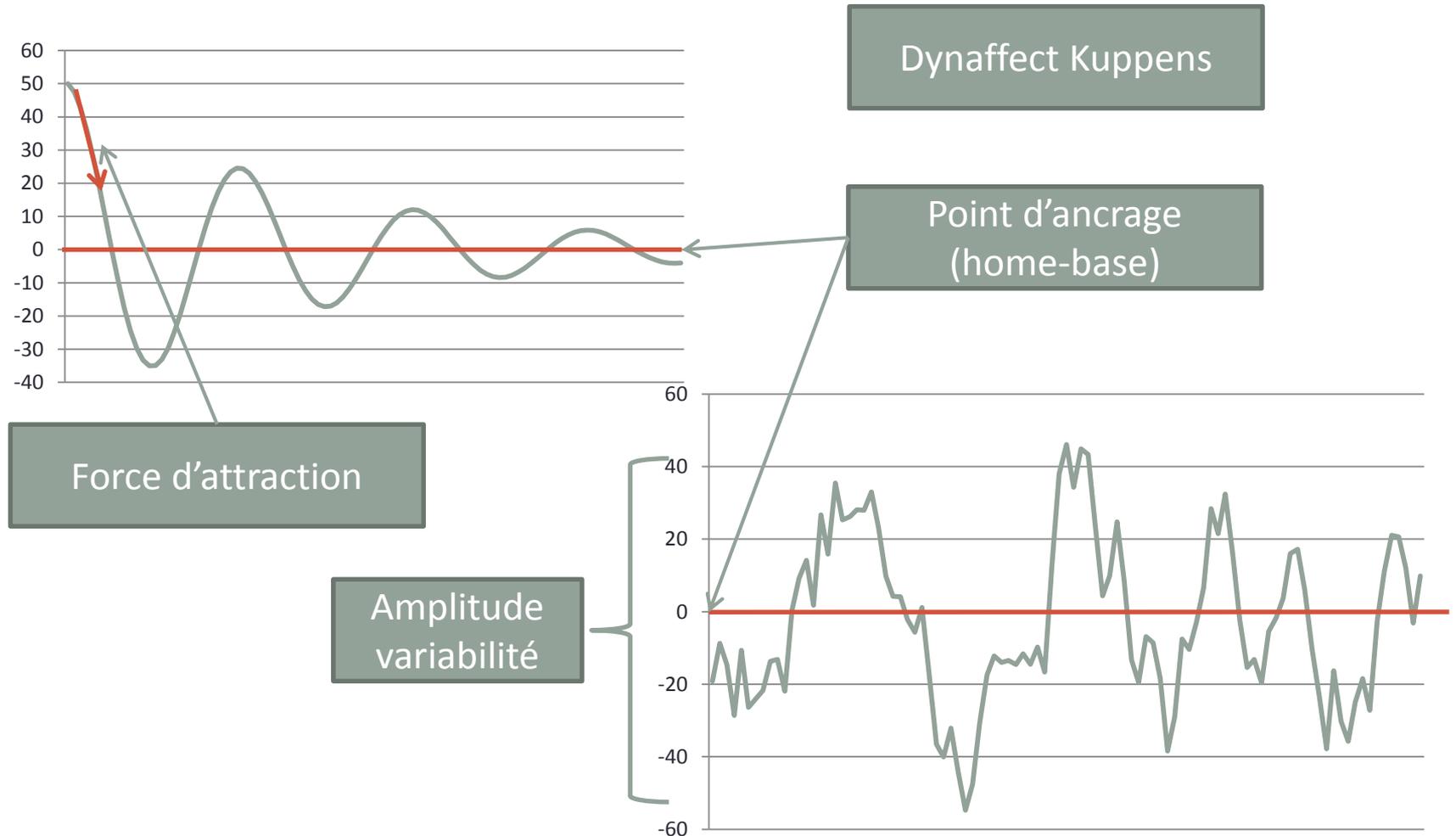
# Boucles de rétroaction (Feedback loop)

(Carver et Scheier, 2001)



# Systeme dynamique – oscillateur

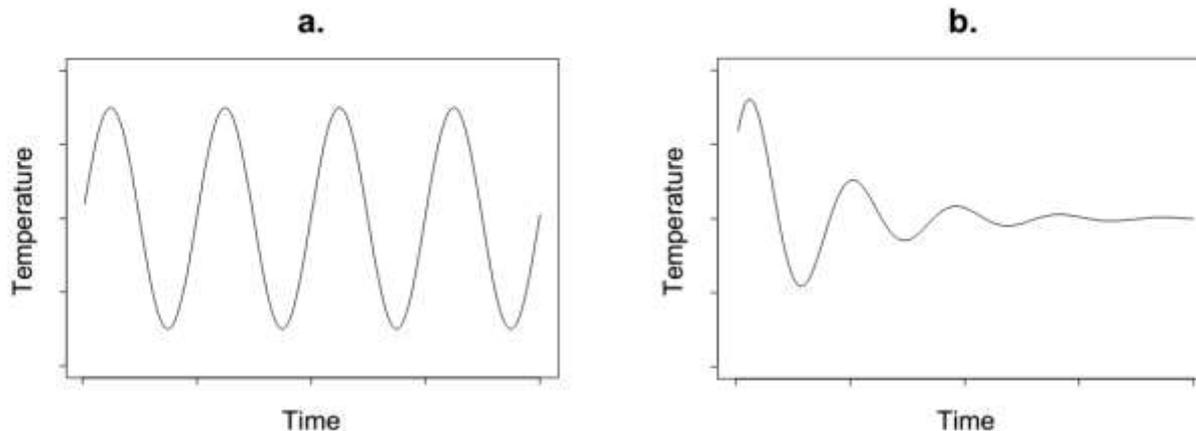
(Pettersson, Boker et al. 2013, Kuppens, 2010)



# Métaphore du thermostat

(Boker et Nesselroad, 2002)

- a. Thermostat qui réagit au niveau de température
- b. Thermostat qui réagit au niveau et aux variations de température

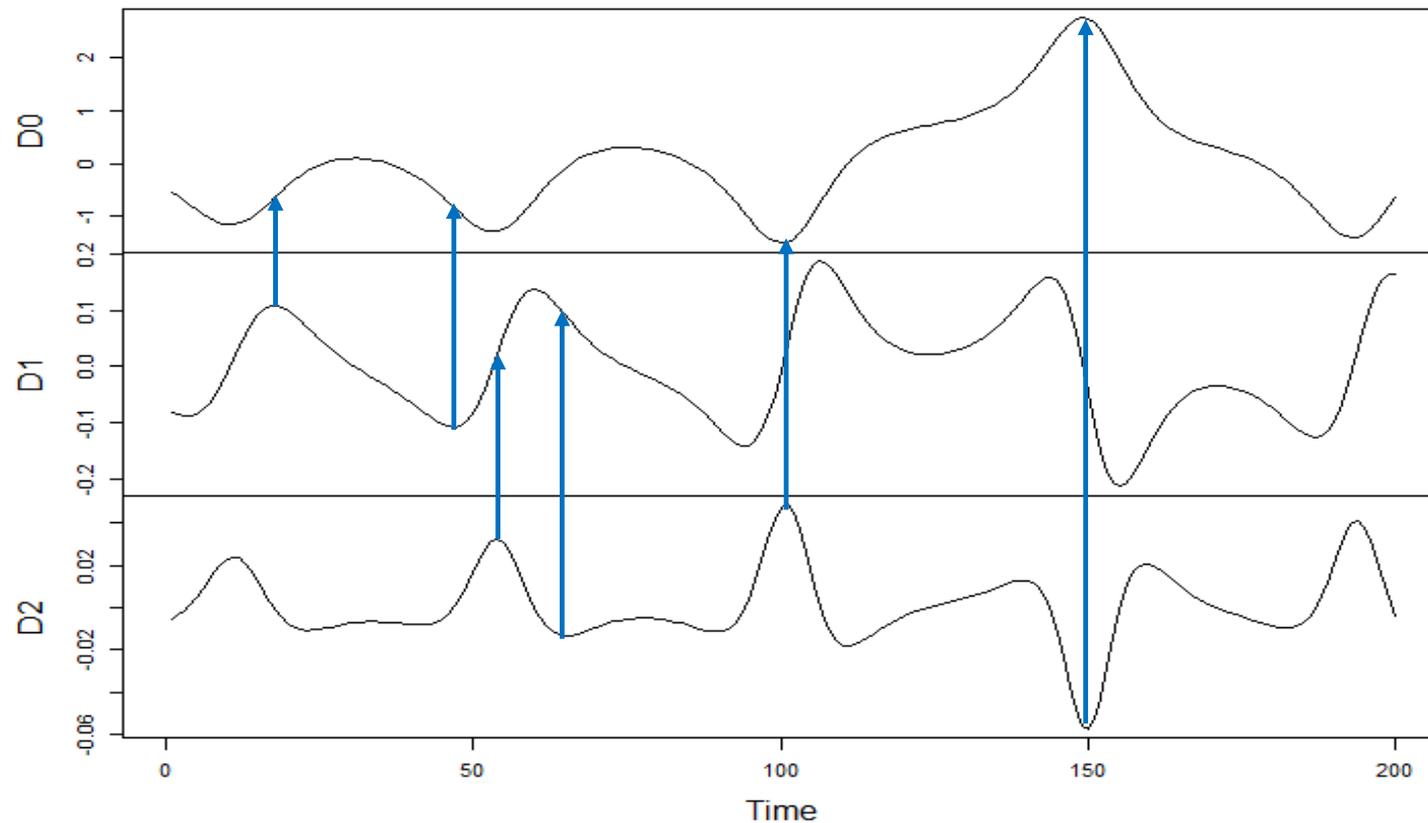


*Figure 1.* Idealized plot of temperature over time for two simple thermostats. (a) A thermostat that only responds to difference from the desired equilibrium temperature. (b) A thermostat that responds to both difference from equilibrium and rate of change in temperature.

# Dérivées d'une série temporelle

- D0=position
- D1= variation de position/  $\Delta$  temps = vitesse
- D2= variation de vitesse/  $\Delta$  temps = accélération

**Série temporelle et ses 2 premières dérivées**



# Approximation linéaire des dérivées avec 3 mesures (Boker et Nesselroad, 2002)

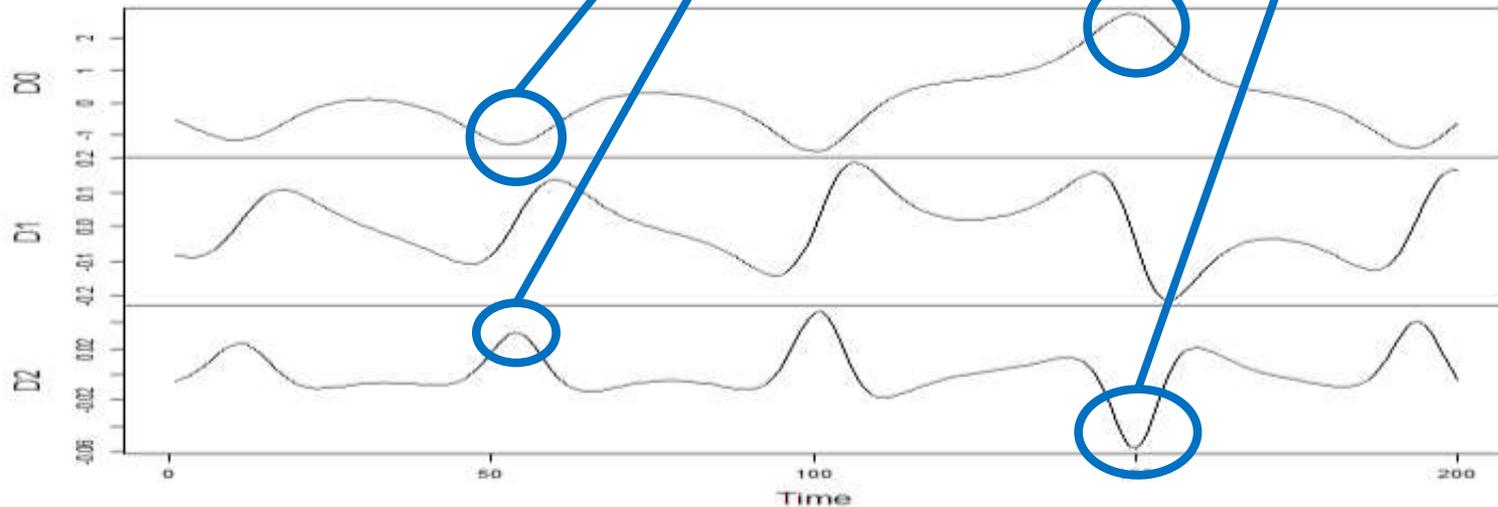
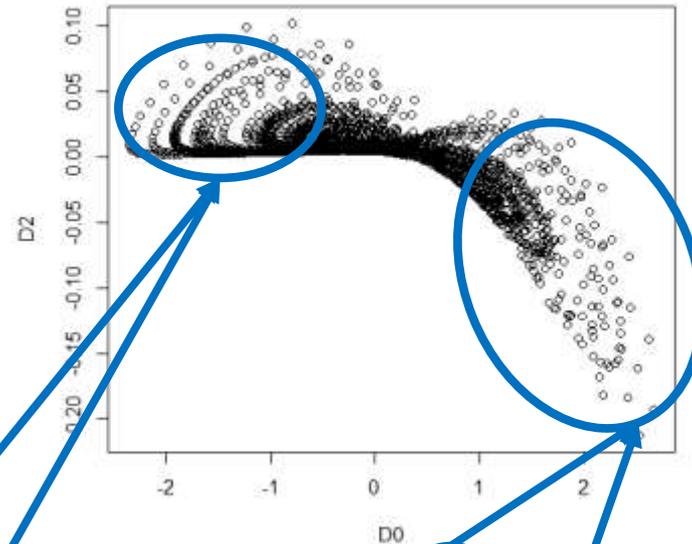
- 3 mesures suffisent pour estimer les 2 premières dérivées
- Etude des corrélations entre D2, D0 et D1 sur plusieurs triplets (inter et/ou intra)

	t-1	t	t+1
D0	$x_0$	$x_1$	$x_2$
D1	$x_1 - x_0$	$x_2 - x_1$	
D2	$\frac{(x_2 - x_1) - (x_1 - x_0)}{2}$		

	t
D0	$x_1$
D1	$\frac{(x_1 - x_0) + (x_2 - x_1)}{2}$
D2	$\frac{(x_2 - x_1) - (x_1 - x_0)}{2}$

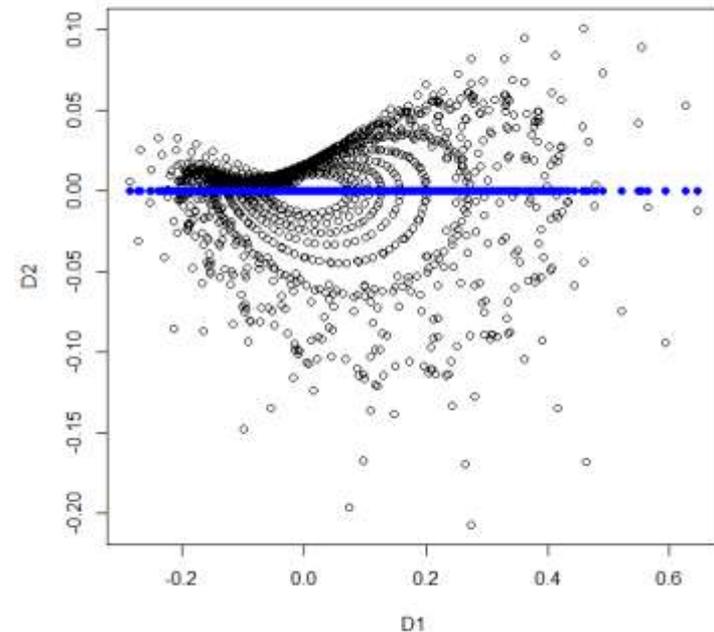
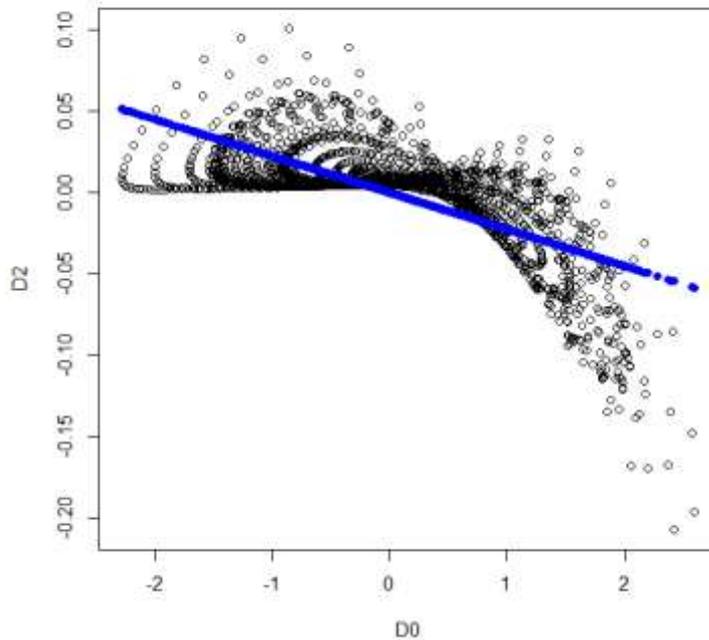
# Relation D0, D2 dans un système autorégulé

- Quand D0 est basse, D2 est élevée
  - Et inversement
- Relation négative en D0 et D2



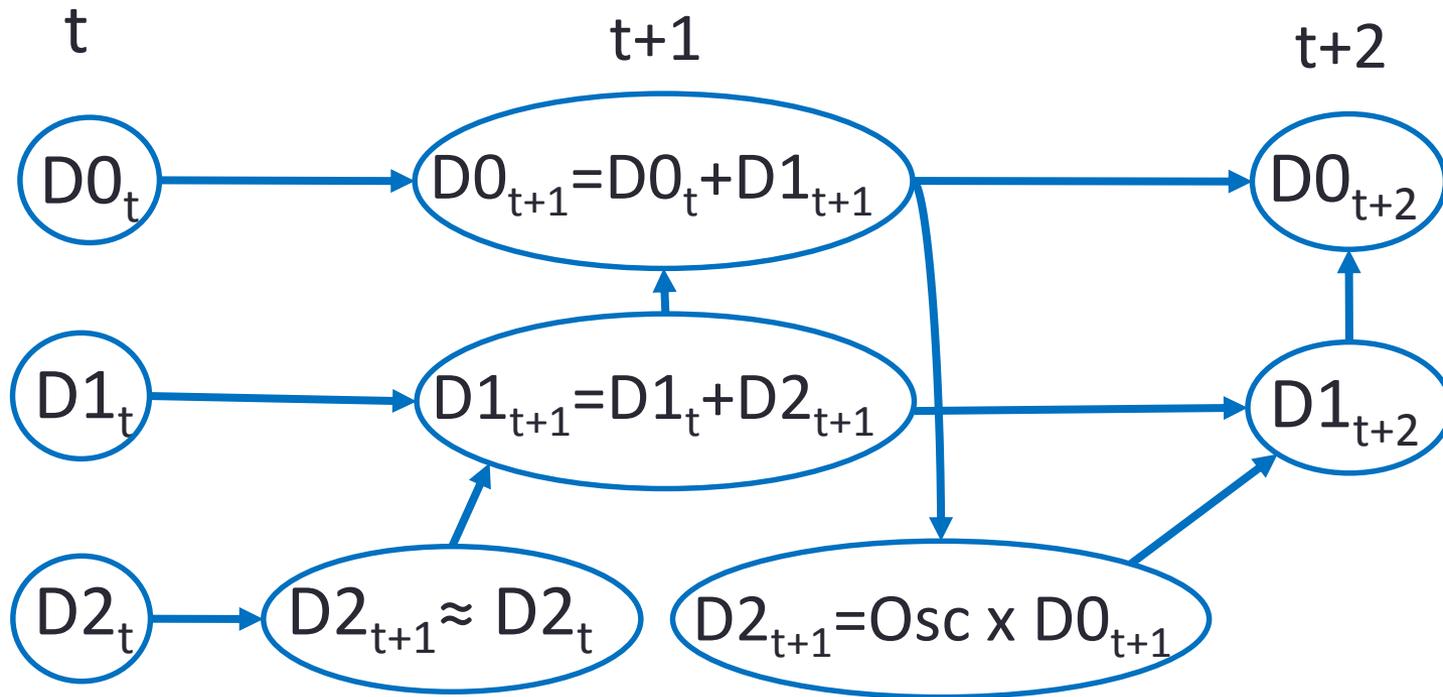
# Systeme dynamique lineaire

- Relations lineaires entre D0, D1 et D2
- $D2 = \text{Oscillation} \times D0 + \text{Amortissement} \times D1$
- Oscillation = -0,022 et Amortissement = 0



# Principe d'une simulation d'un système dynamique linéaire

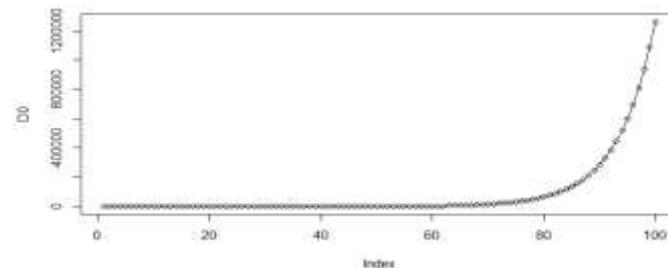
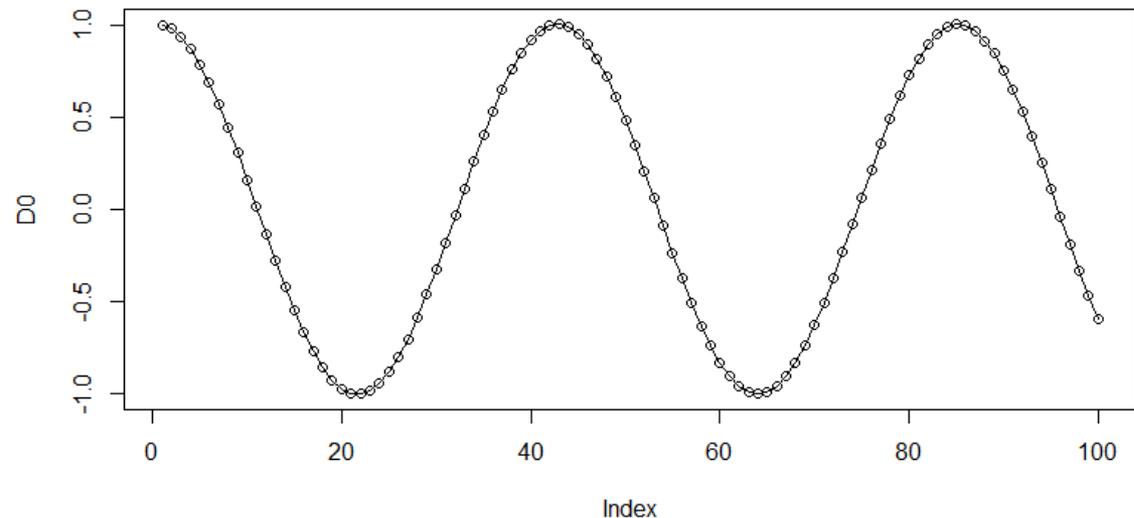
- Connaissant l'état initial et l'équation de la dynamique (ex.  $A_m=0$ )
- Construction itérative d'une série



# Système dynamique linéaire, relation D0 - D2

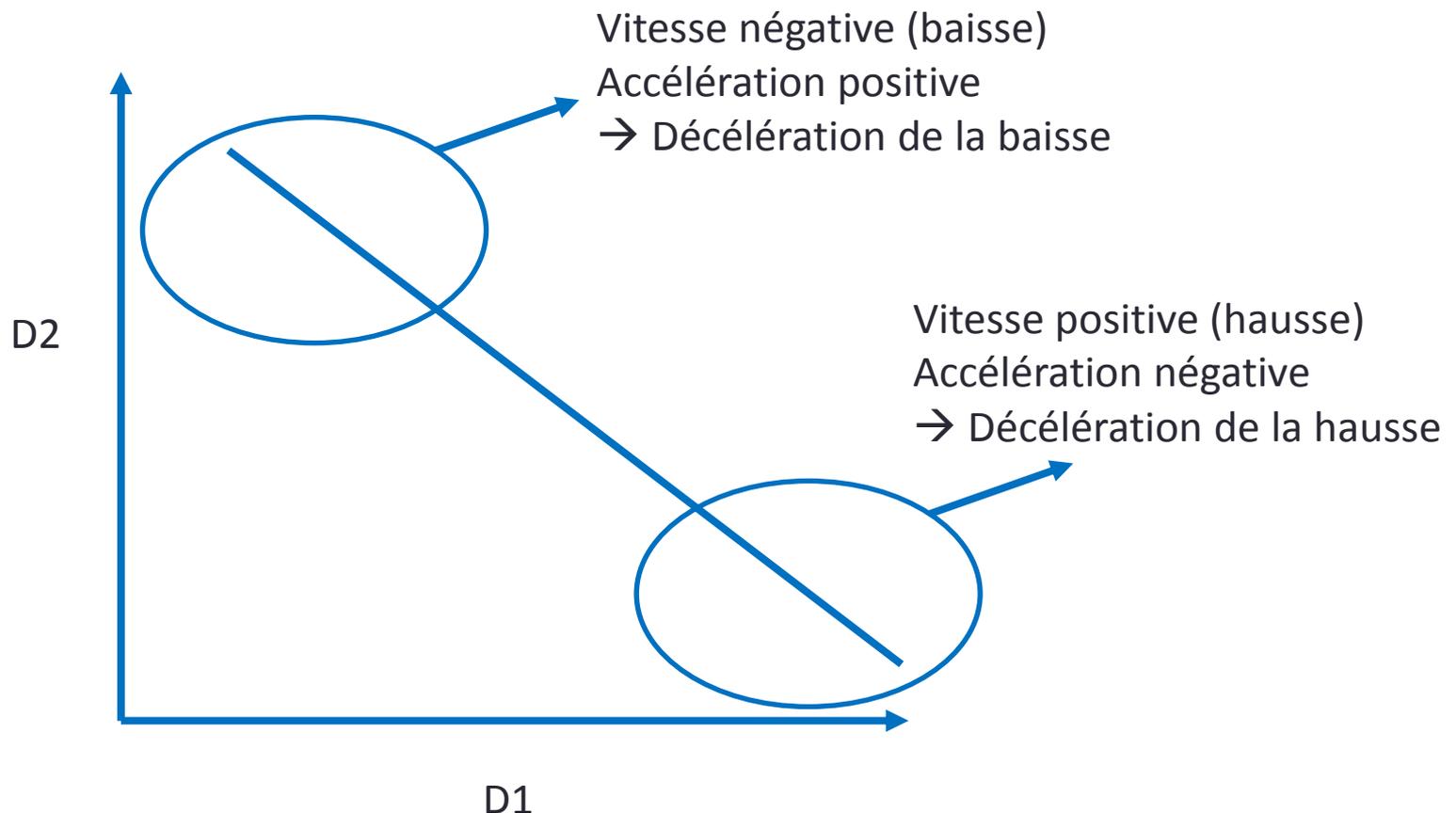
- Un coefficient d'oscillation négatif conduit à un oscillateur
- un coefficient positif à une courbe exponentielle

- Osc=-0.022
- D0=1
- D1=0
- EqDyn = fonction(D0,D1,Osc) {
- D2=D0\*Osc
- D1b=D1+D2
- D0b=D0+D1b
- c(D0b,D1b)}
- for (t in 2:100){
- D0[t]=EqDyn(D0[t-1],D1[t-1],Osc)[1]
- D1[t]=EqDyn(D0[t-1],D1[t-1],Osc)[2]
- }
- plot(D0)



# Système dynamique linéaire, relation D1 - D2

- Un coefficient d'amortissement négatif réduit les variations
- comme le frottement de l'air sur le pendule de Foucault



# Système dynamique linéaire, relation D1 - D2

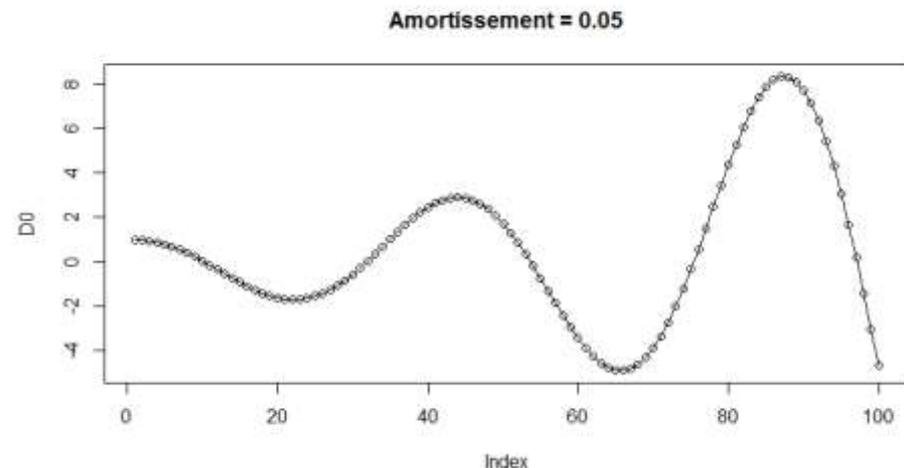
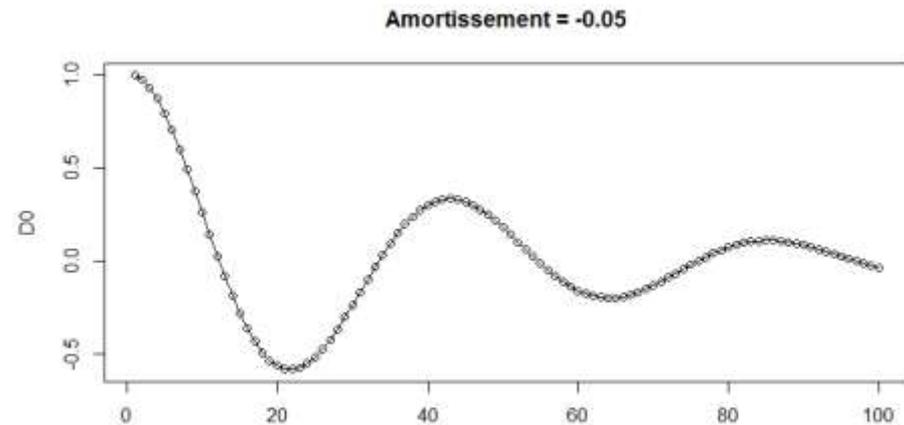
- coefficient d'amortissement négatif  $\rightarrow$  réduction des oscillations
- coefficient d'amortissement positif  $\rightarrow$  accentuation des oscillations

- $Osc = -0.022$
- $Am = -0.05$
- $D0 = 1$
- $D1 = 0$

- $EqDyn = \text{function}(D0, D1, Osc, Am) \{$
- $D2 = D0 * Osc + D1 * Am$
- $D1b = D1 + D2$
- $D0b = D0 + D1b$
- $c(D0b, D1b)\}$

- $\text{for } (t \text{ in } 2:100)\{$
- $D0[t] = EqDyn(D0[t-1], D1[t-1], Osc, Am)[1]$
- $D1[t] = EqDyn(D0[t-1], D1[t-1], Osc, Am)[2]$
- $\}$

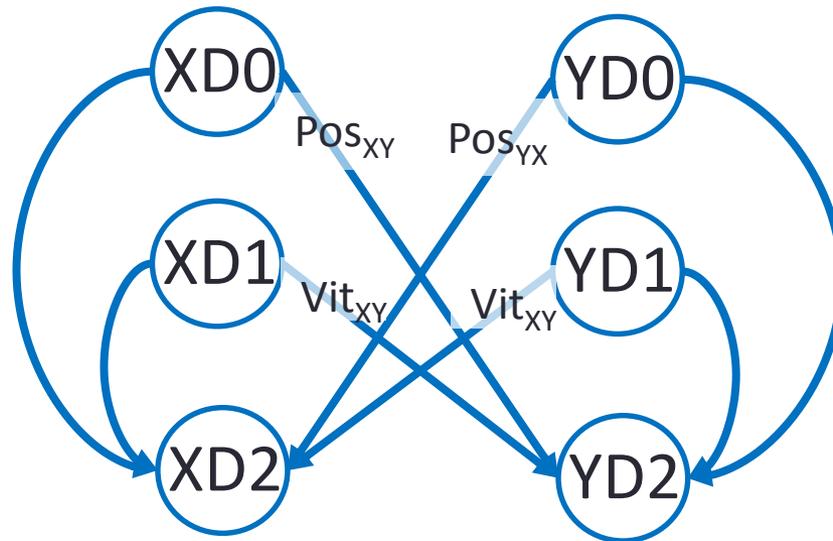
- $\text{plot}(D0)$



# Systeme dynamique lineaire à 2 variables

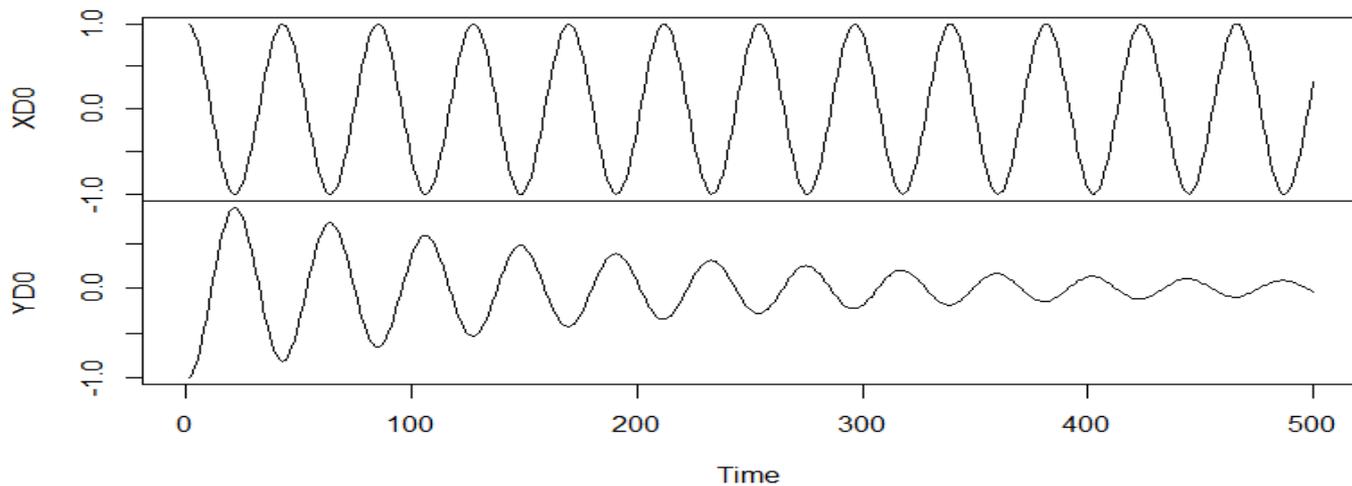
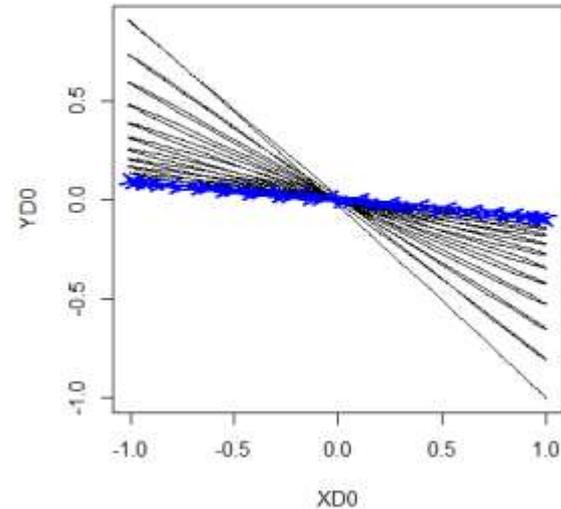
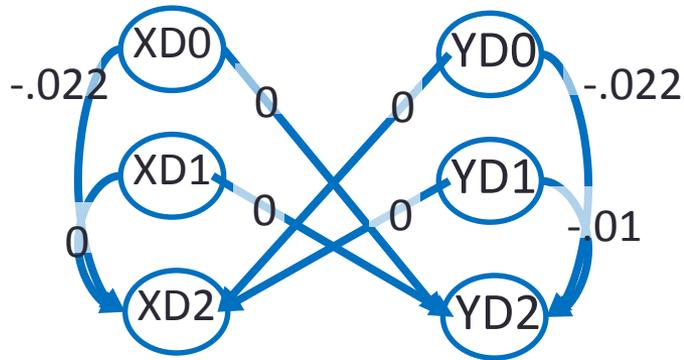
(Pettersen, Boker et al. 2013)

- $XD2 = \text{Osc}_x XD0 + \text{Am}_x XD1 + \text{Pos}_{yX} YD0 + \text{Vit}_{yX} YD1$
- $YD2 = \text{Osc}_y YD0 + \text{Am}_y YD1 + \text{Pos}_{xY} XD0 + \text{Vit}_{xY} XD1$
- Effets des paramètres de couplage?



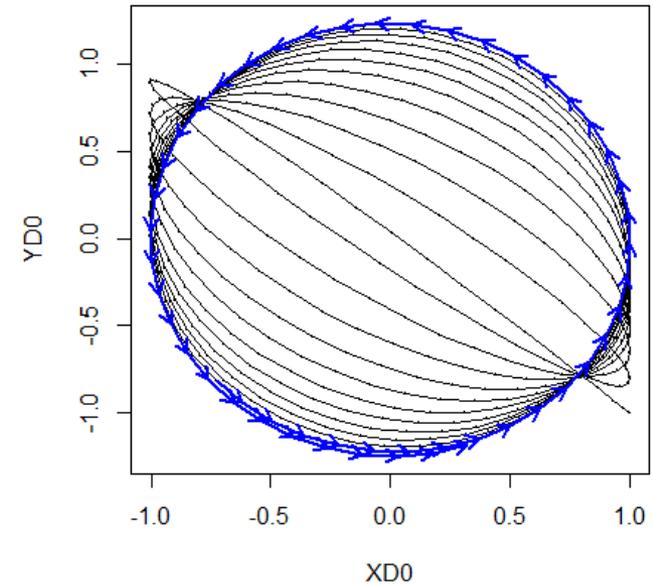
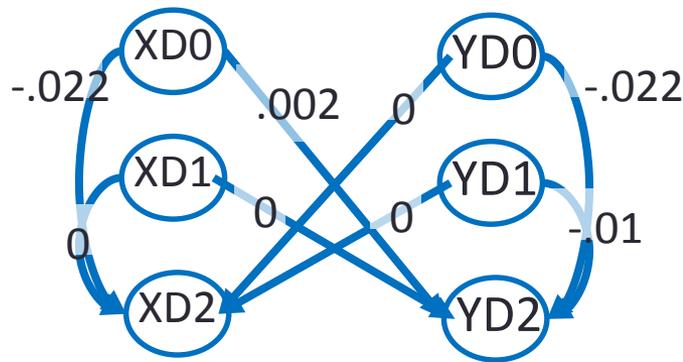
# Systeme dynamique lineaire à 2 variables sans couplage

- X = oscillateur non amorti
- Y = oscillateur amorti

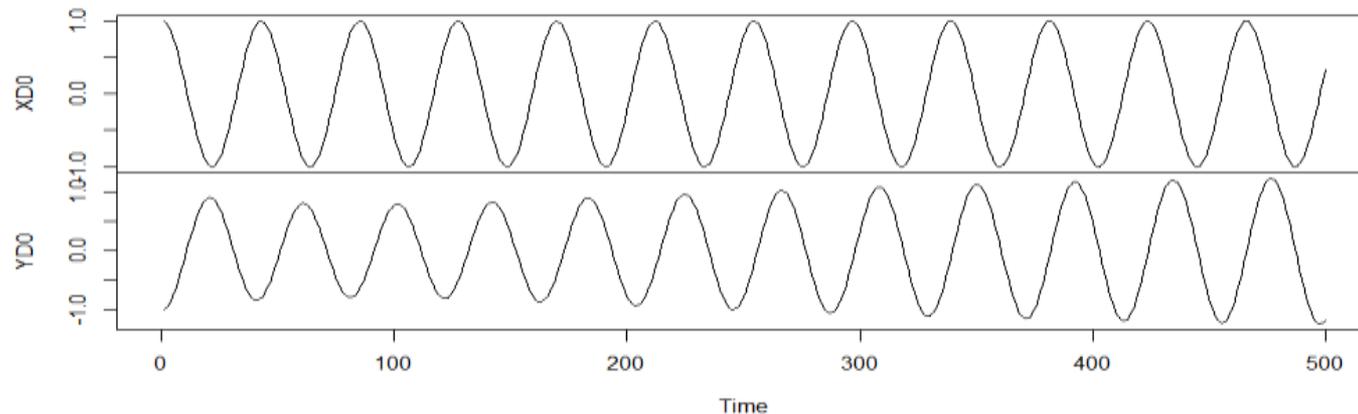


# Systeme dynamique lineaire à 2 variables avec couplage $YD2 \sim XD0$

- X non amorti - Y amorti
- $Pos_{XY}=0.002 \rightarrow$  rotation antihoraire

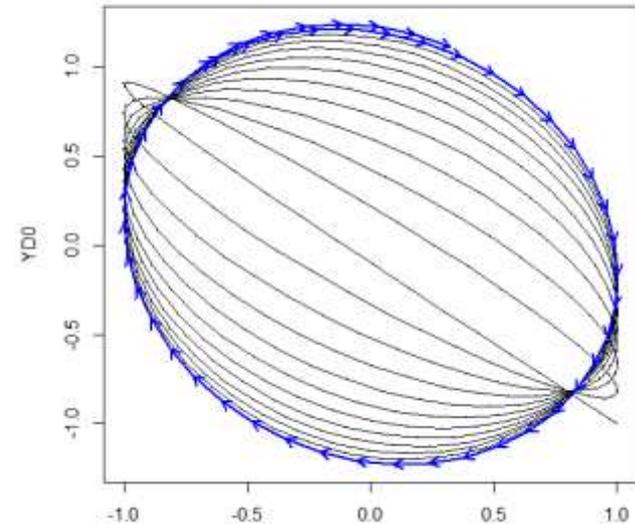
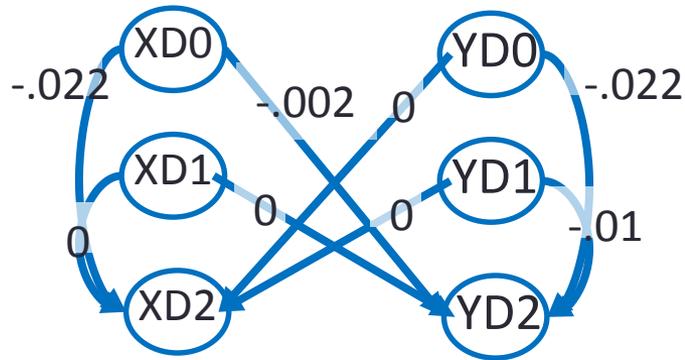


Couplage  $Pos_{XY}=0.002$

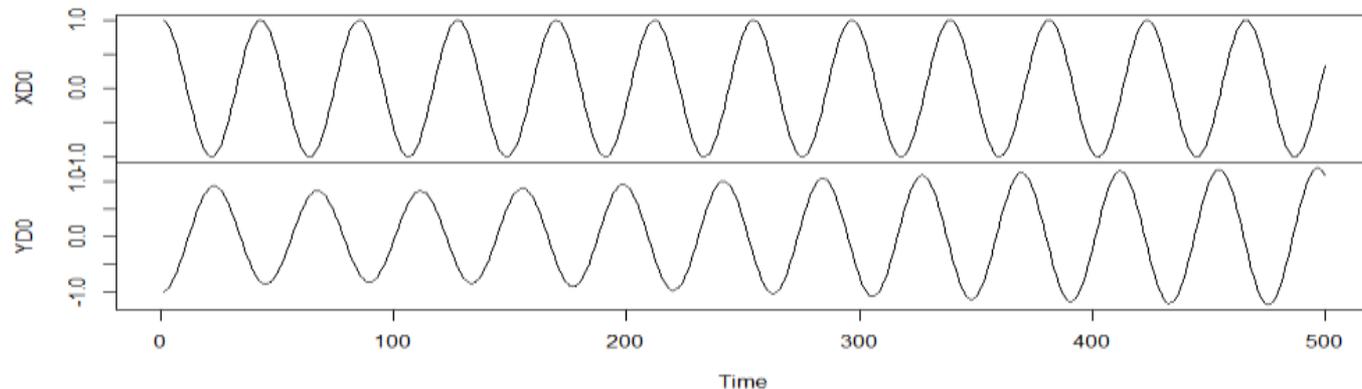


# Systeme dynamique lineaire à 2 variables avec couplage $YD2 \sim -XDO$

- X non amorti - Y amorti
- $Pos_{XY} = -0.002 \rightarrow$  rotation horaire

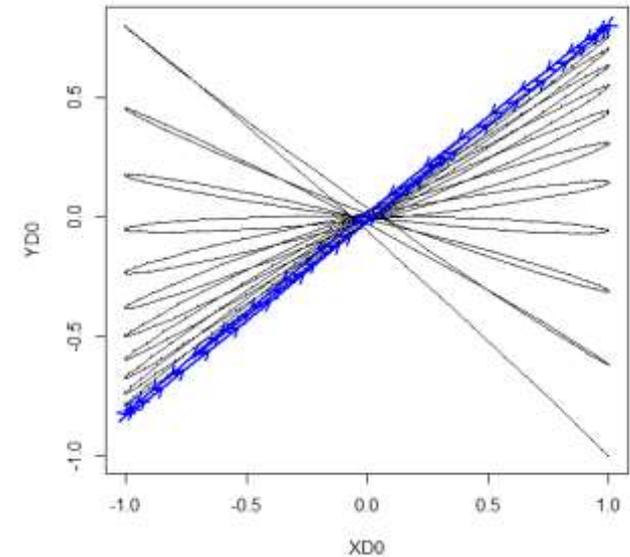
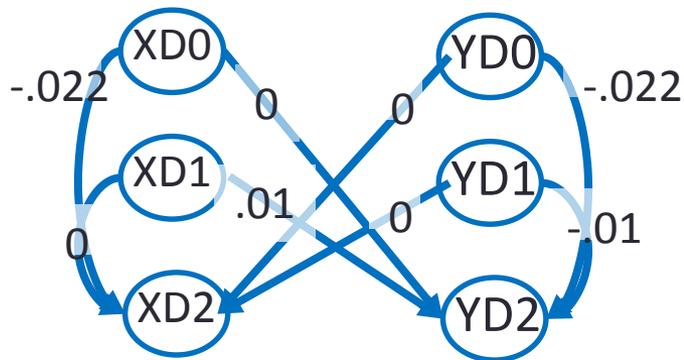


Couplage  $Pos_{XY} = -0.002$

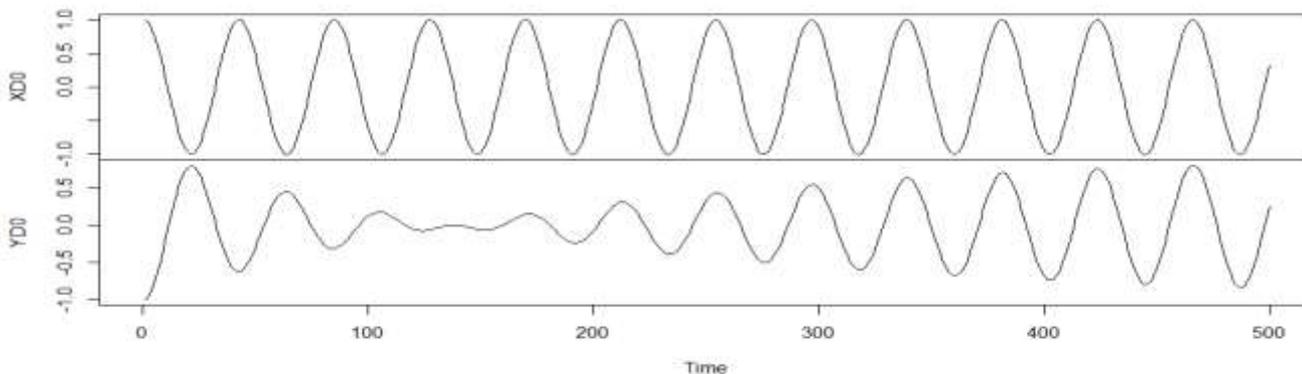


# Systeme dynamique lineaire a 2 variables avec couplage $YD2 \sim YD0$

- X non amorti - Y amorti
- $Vit_{XY} = 0.01 \rightarrow$  en phase

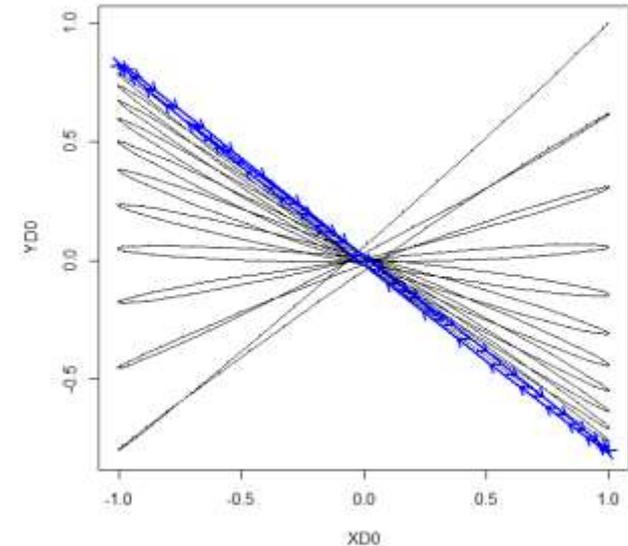
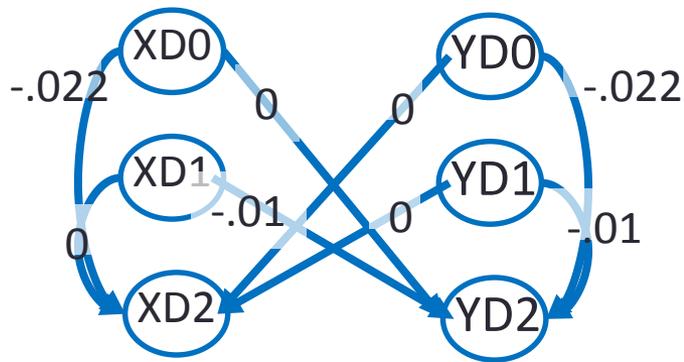


Couplage  $Vit_{XY}=0.01$

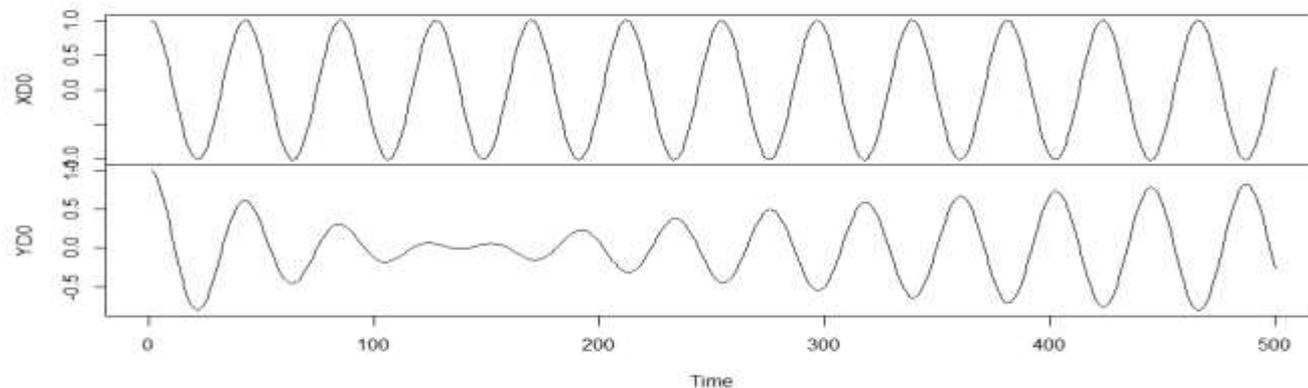


# Systeme dynamique lineaire à 2 variables avec couplage $YD2 \sim -YD0$

- X non amorti - Y amorti
- $Vit_{XY} = -0.002 \rightarrow$  en opposition de phase



Couplage  $Vit_{XY} = -0.01$

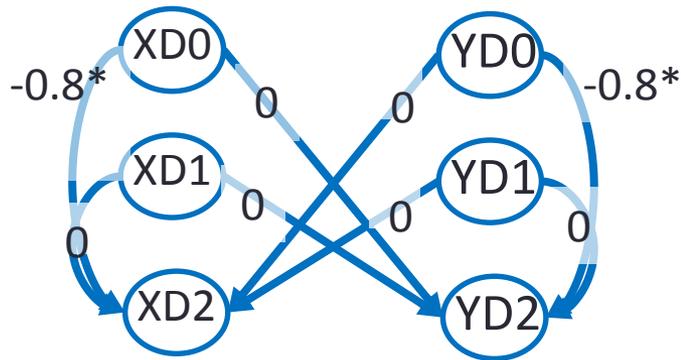


# Systeme dynamique lineaire à 2 variables

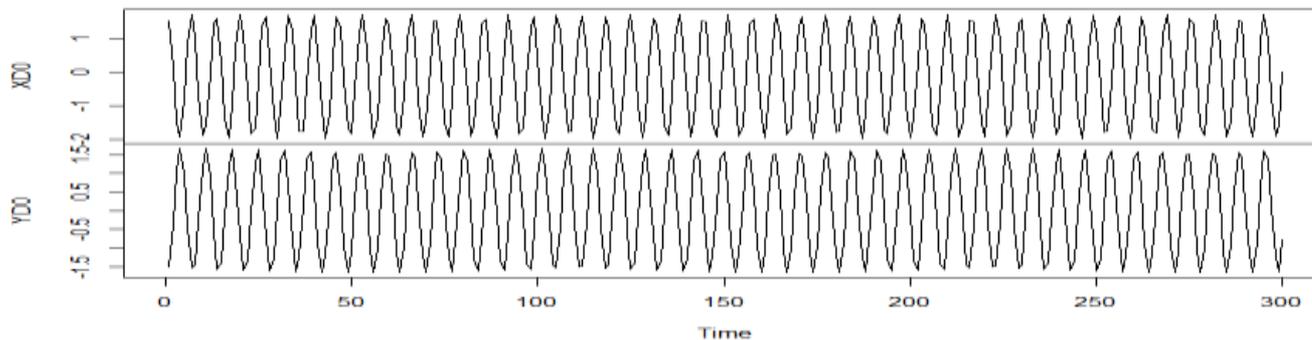
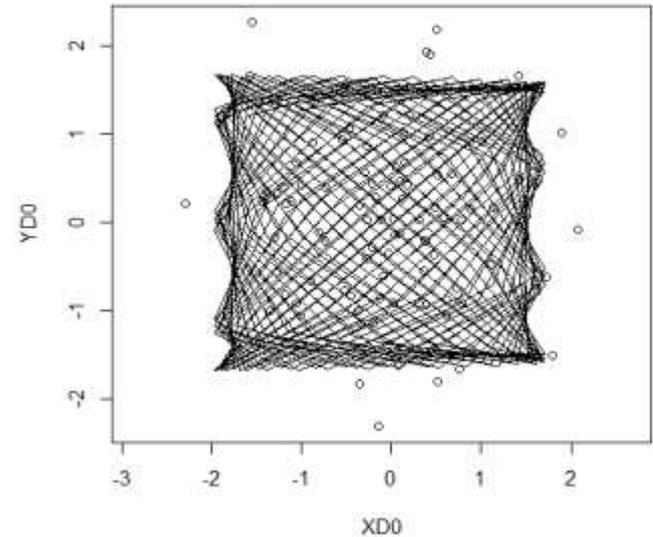
- `EqDyn2 = function(XD0,XD1,YD0,YD1) {`
- `XD2=OscX*XD0+AmX*XD1+PosYX*YD0+VitYX*YD1`
- `YD2=OscY*YD0+AmY*YD1+PosXY*XD0+VitXY*XD1`
- `XD1b=XD1+XD2`
- `YD1b=YD1+YD2`
- `XD0b=XD0+XD1b`
- `YD0b=YD0+YD1b`
- `c(XD0b,XD1b,YD0b,YD1b)`
- `}`
  
- `OscX=-0.022`
- `AmX=0`
- `PosYX=0`
- `VitYX=0`
  
- `OscY=-0.022`
- `AmY=-0.01`
- `PosXY=0`
- `VitXY=0.01`
  
- `TabSim=data.frame(XD0=1,XD1=0,YD0=-1,YD1=0)`
  
- `for (t in 2:500){`
- `Tplus1=EqDyn2 (TabSim[t-1,1],TabSim[t-1,2],TabSim[t-1,3],TabSim[t-1,4])`
- `TabSim[t,1]=Tplus1[1]`
- `TabSim[t,2]=Tplus1[2]`
- `TabSim[t,3]=Tplus1[3]`
- `TabSim[t,4]=Tplus1[4]`
- `}`
  
- `plot(TabSim$XD0,TabSim$YD0,cex=0.1,xlab="XD0",ylab="YD0")`
- `lines(TabSim$XD0,TabSim$YD0)`
- `arrows(TabSim$XD0[450:499],TabSim$YD0[450:499],TabSim$XD0[451:500],TabSim$YD0[451:500],col="blue",length=0.1,lwd=2)`
  
- `plot.ts(TabSim[,c("XD0","YD0")], main="Couplage VitXY=0.01")`

# Ajuster un modèle dynamique à des données distribution normale bivariée

- Modèle linéaire, 2 paramètres significatifs!
- X et Y sont des oscillateurs non amortis
- Oscillations très rapides = pas de continuité

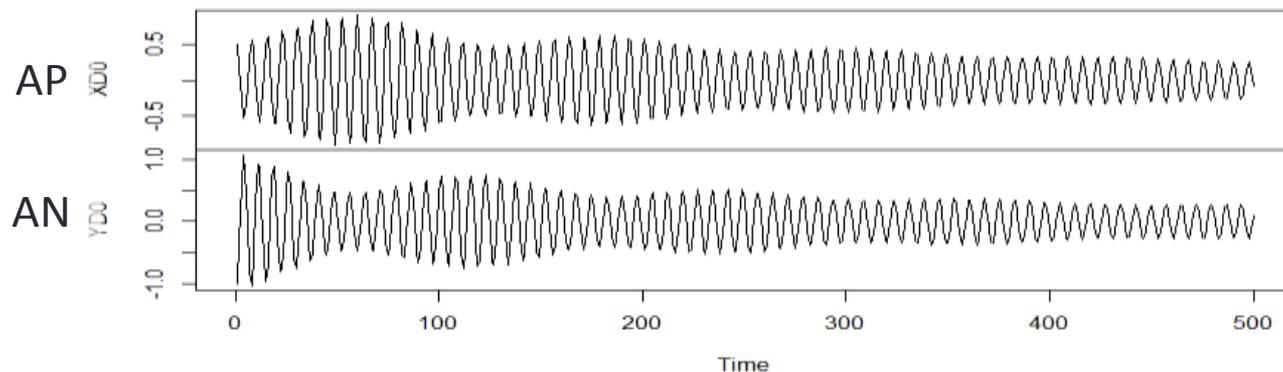
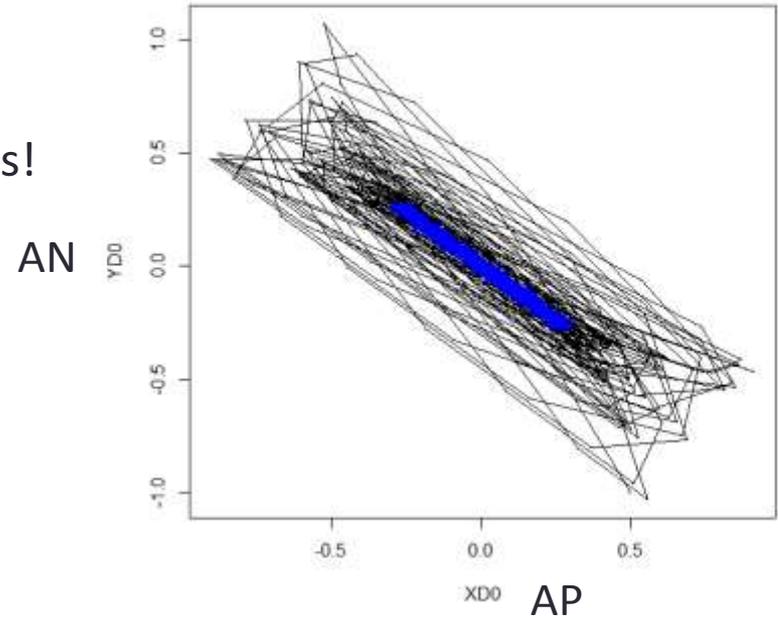
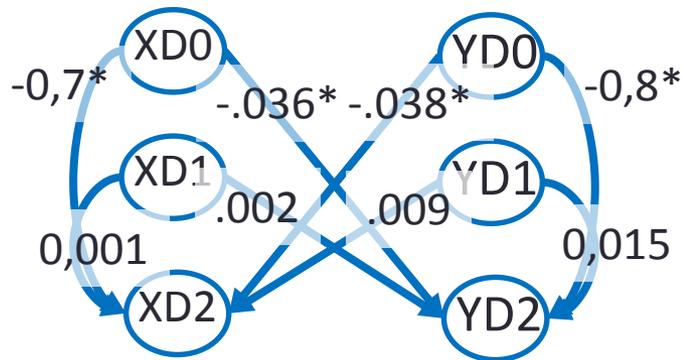


Normale Bivariée



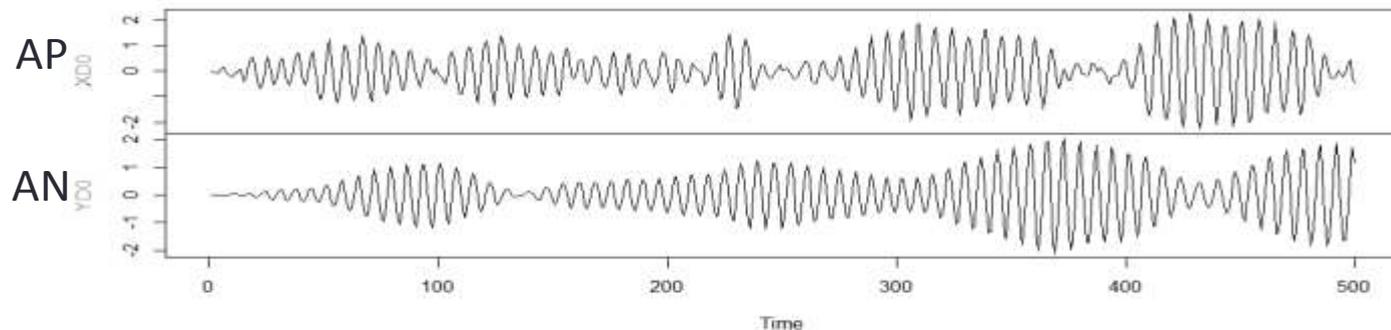
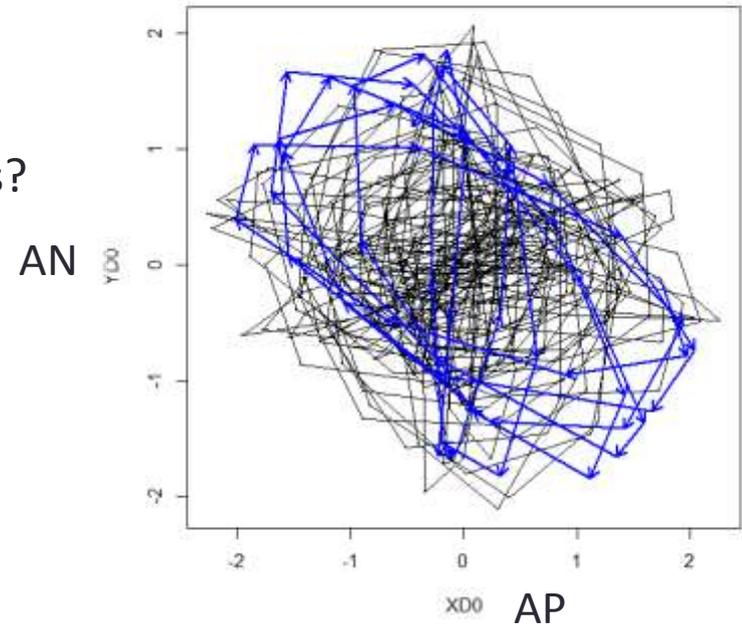
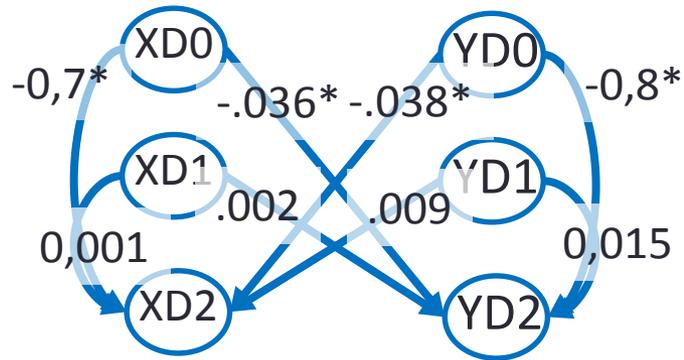
# Modèle dynamique linéaire ajusté à des données affectives ESM

- Modèle linéaire à effets mixtes
- Pas d'effet d'amortissement notable
- Effet de couplage → alternance d'oscillations!



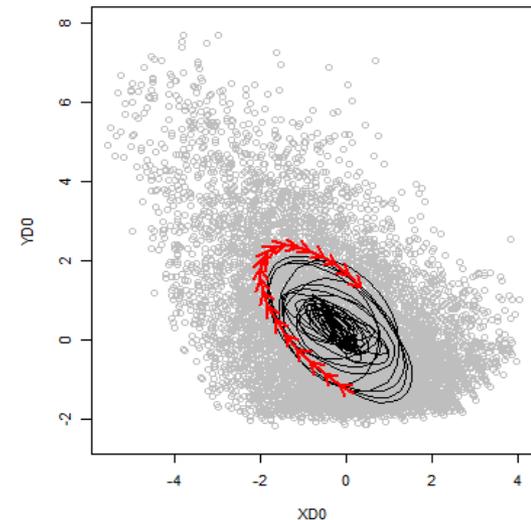
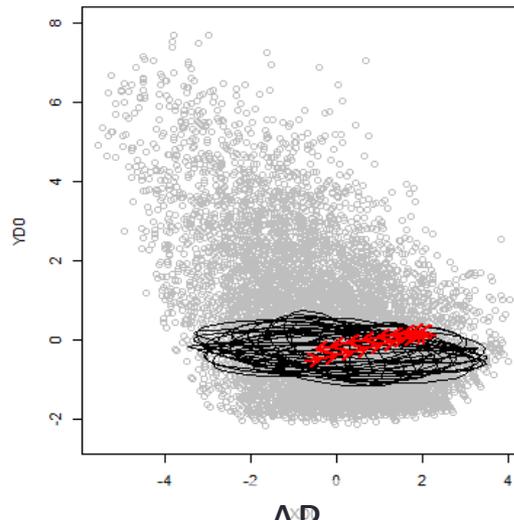
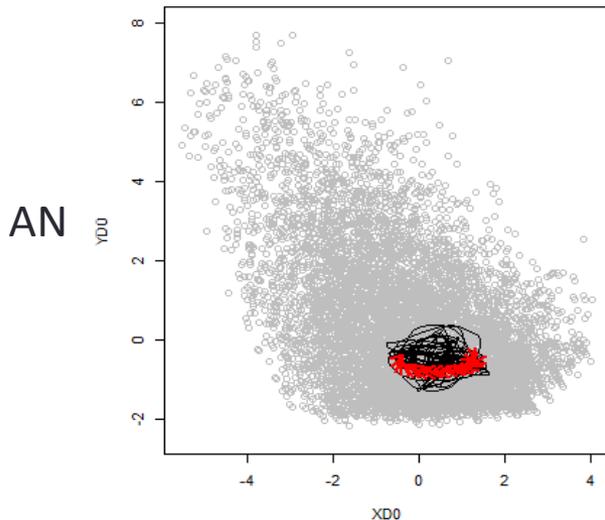
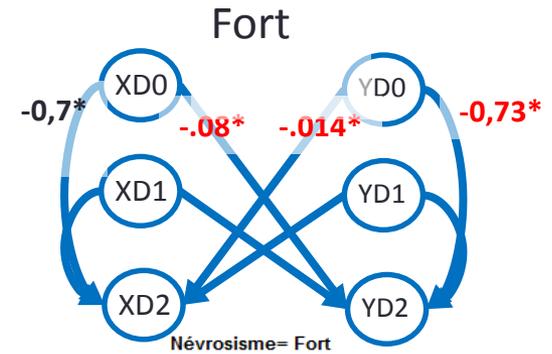
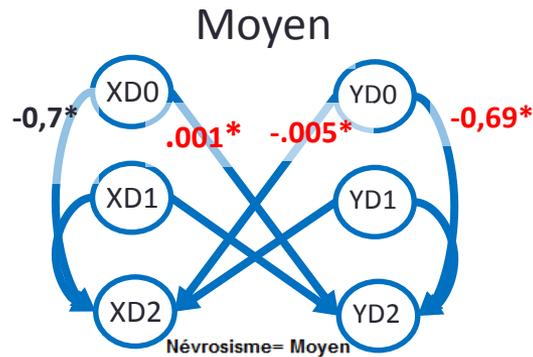
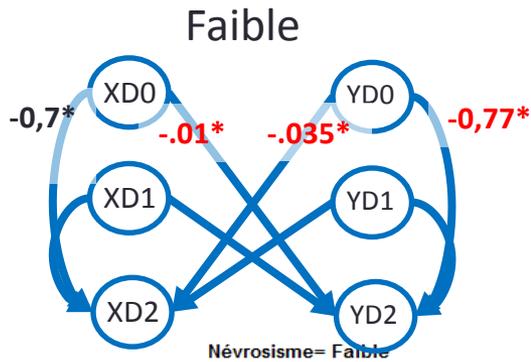
# Révéler la dynamique : ajouter un peu de bruit dans le système

- Départ du centroïde
- Bruit sur D2: résidus du modèle
- Effets de couplage → alternance d'oscillations?



# Effet du névrosisme sur la dynamique

- 3 niveaux de névrosisme – interaction avec l'intercept, oscillation et couplages
- N faible : oscillation Y plus négatif (-.77\*) → moins d'amplitude de variation sur Y
- N moyen: couplage faible (.001 et -.005) → oscillation possible sur X uniquement
- N fort : couplage X vers Y (-.08\*) → AP bas = hausse des AN → oscillation diagonale

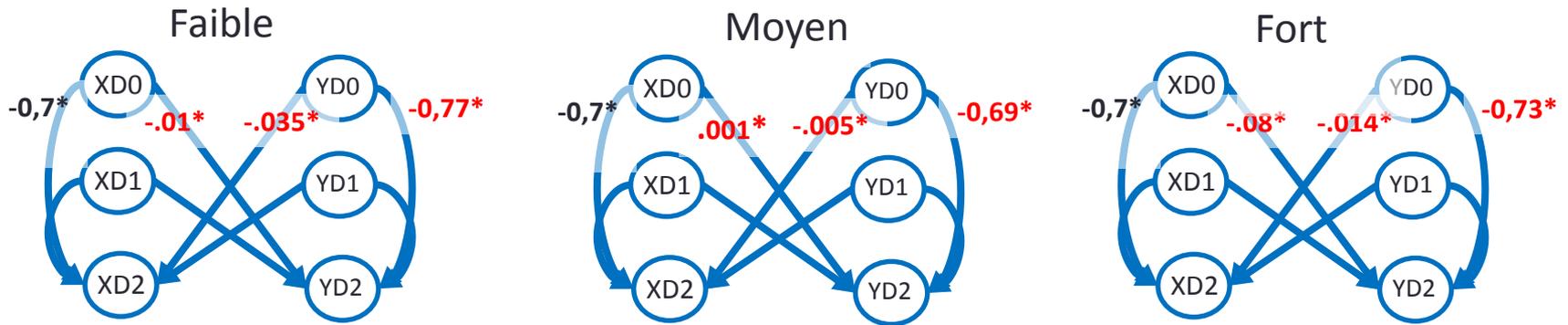


$$XD2 \sim (XD0 + XD1 + YD0 + YD1) + \text{Nevro} + \text{Nevro}:YD0 + (XD0 + XD1 \mid \text{Suj})$$

$$YD2 \sim (YD0 + YD1 + XD0 + XD1) + \text{Nevro} + \text{Nevro}:XD0 + \text{Nevro}:YD0 + (YD0 + YD1 \mid \text{Suj})$$

# Effet du névrosisme sur le champ vectoriel

- Intercept  $\rightarrow$  effet sur le point d'ancrage
- Oscillation  $\rightarrow$  effet sur la pente (lignes de niveau)
- couplages  $\rightarrow$  effet sur la direction (orientation flèches noires)

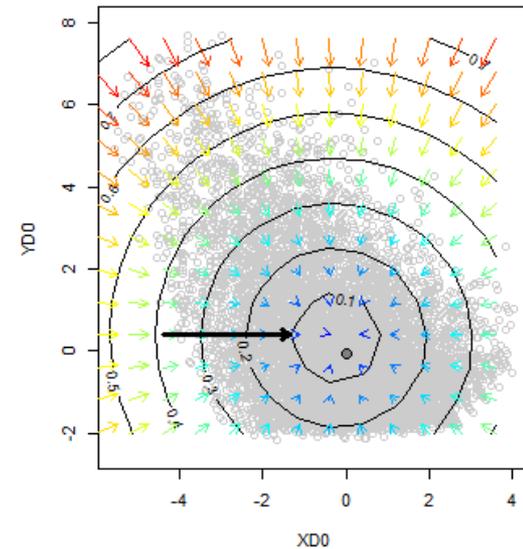
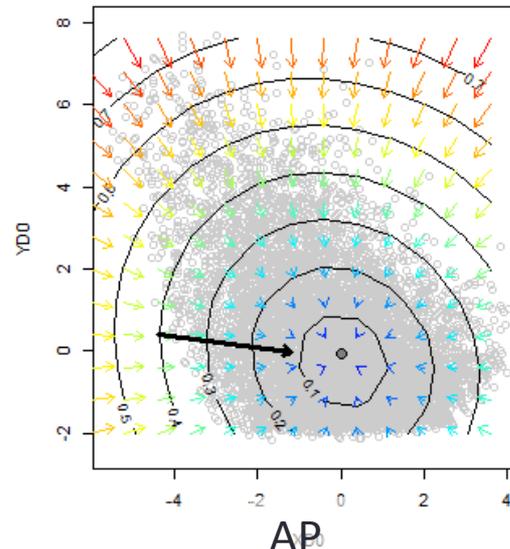
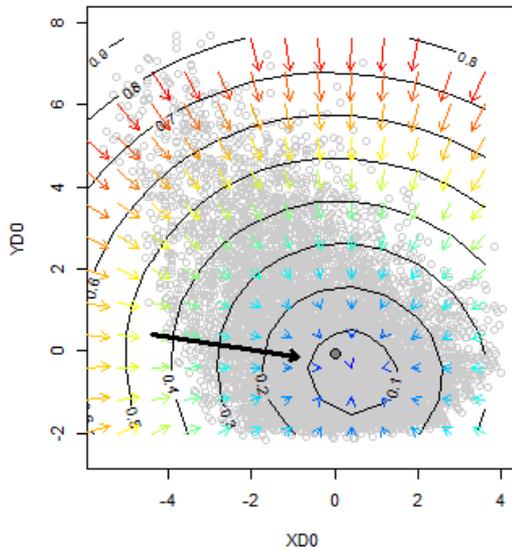


Névrosisme= Faible

Névrosisme= Moyen

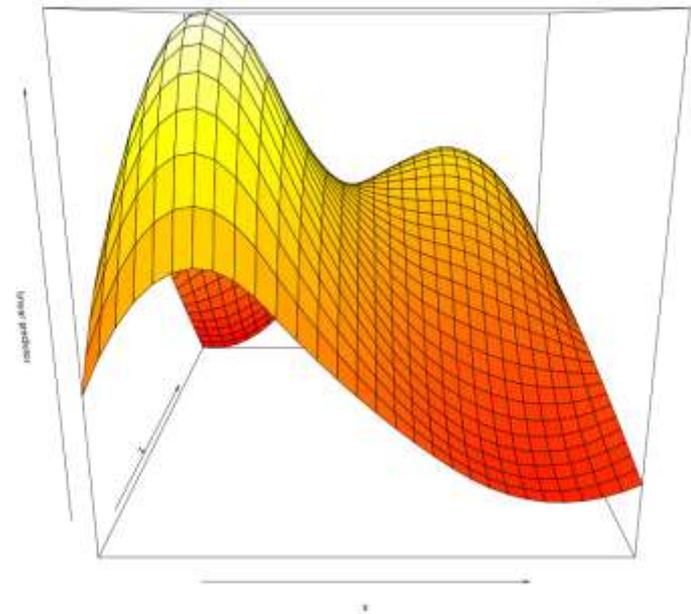
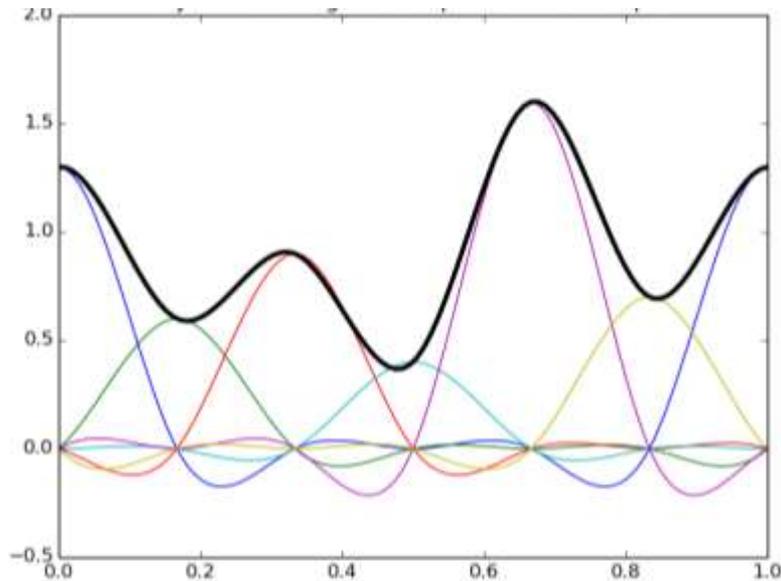
Névrosisme= Fort

AN



# Passage au non linéaire, modèles GAMMM

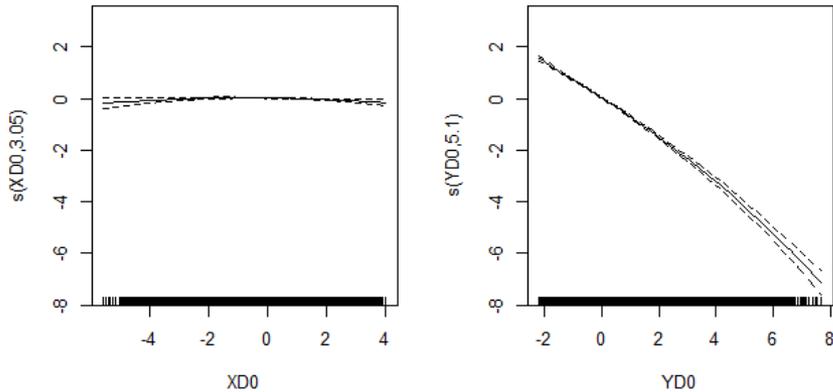
- Generalized Additive Model (librairie mgcv, S. Wood)
- fonction spline automatique
- modèle GAMM = modèle à effets mixtes
- `gamm(XD2~s(XD0)+s(YD0)+s(XD1)+s(YD1),random=list(Suj=~XD0+XD1),data=...`



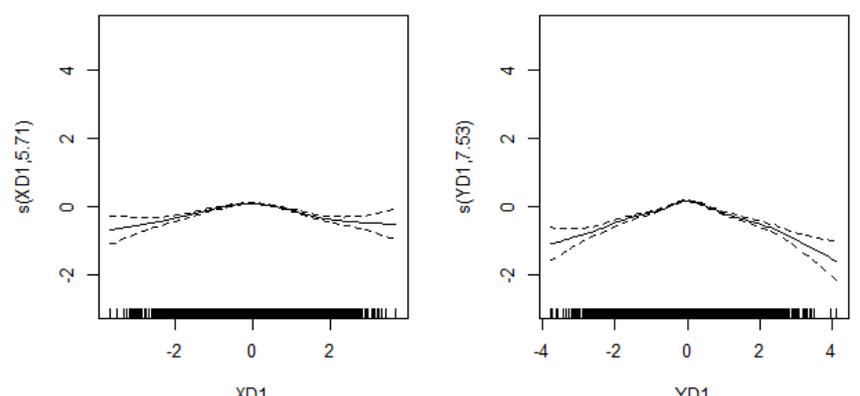
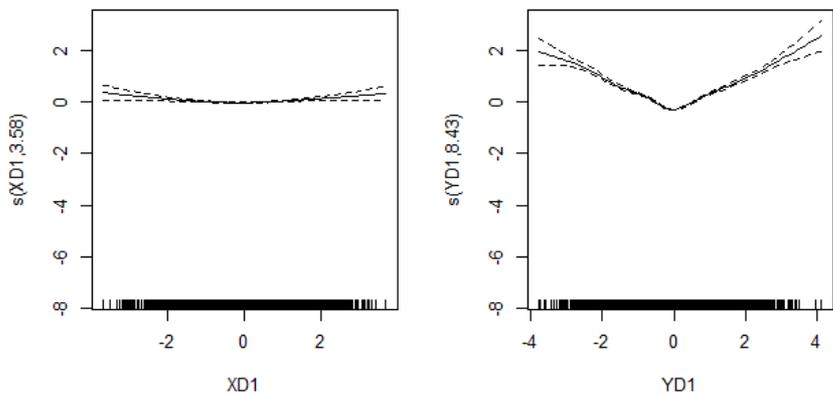
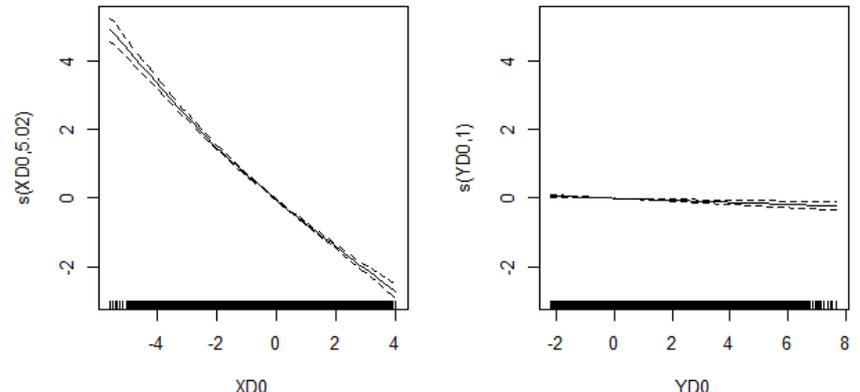
# Modèle dynamique non linéaire

- Paramètres d'oscillation négatifs
- Couplage position faible
- Effet d'amortissement non linéaire!! En forme de V?

AN  $YD2 \sim s(XD0) + s(YD0) + s(XD1) + s(YD1)$



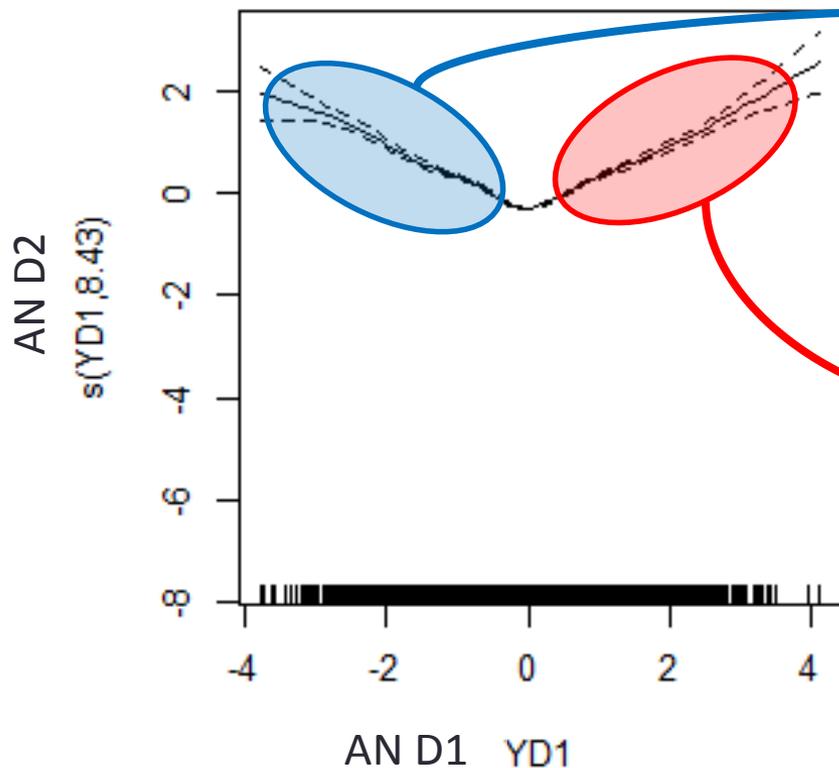
AP  $XD2 \sim s(XD0) + s(YD0) + s(XD1) + s(YD1)$



# Le drame de la vie

- En cas de baisse des AN, effet amortissement
- Quand les AN augmentent, l'augmentation accélère...  
→ Être plus anxieux qu'au moment précédent, ça rend encore plus anxieux!

AN  $YD2 \sim s(XD0) + s(YD0) + s(XD1) + s(YD1)$



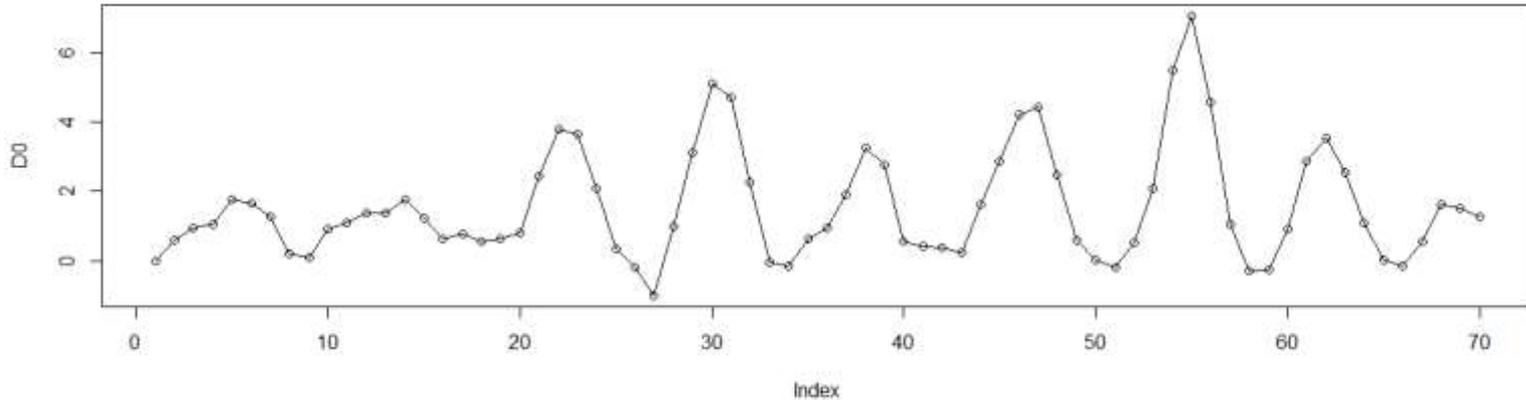
Pente négative  
→ accélération opposée à la vitesse  
→ freinage  
→ Amortissement  
→ Stabilisation

Pente positive  
→ accélération et vitesse même sens  
→ Plus je vais vite plus j'accélère  
→ retro-action positive  
→ Instabilité

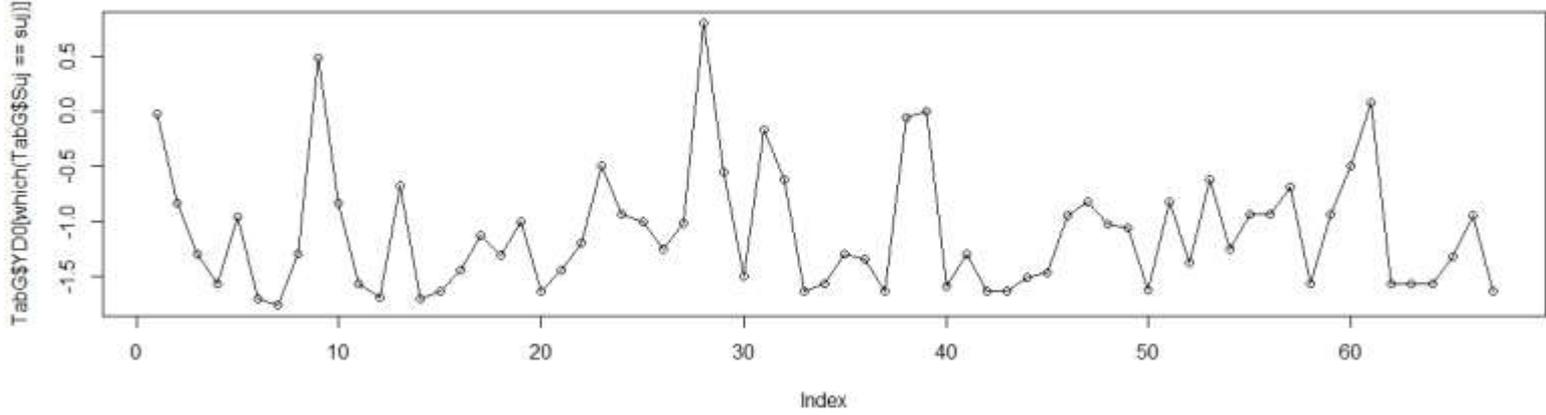
# Rétroaction en V, simulation

- Cycles hauts périodiques
  - Périodes de stabilité à un niveau bas
- Prise en compte par le modèle de l'asymétrie des données d'AN

Données simulées



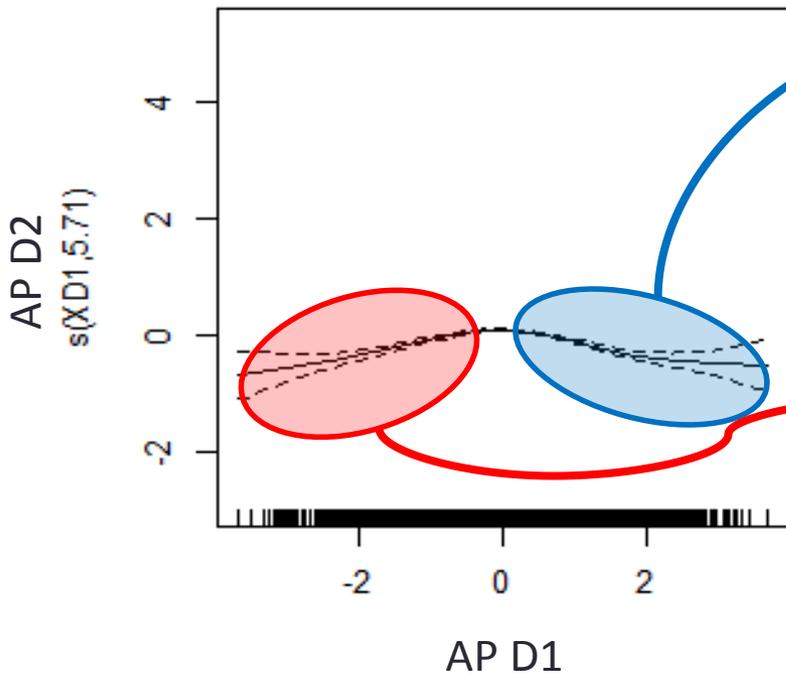
Données réelles



# Le drame de la vie, la suite...

- Quand les AP baissent, la baisse accélère...  
→ Être moins joyeux qu'auparavant, ça rend encore moins joyeux
- Quand les AP montent, la hausse décélère  
→ Effet d'amortissement de la hausse des AP

$$AP \ YD2 \sim s(XD0) + s(YD0) + s(XD1) + s(YD1)$$



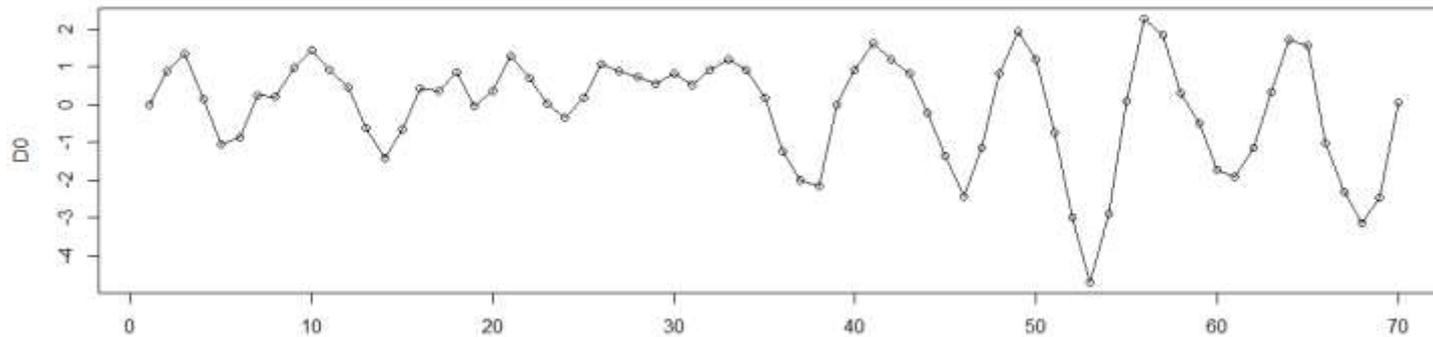
Pente négative  
→ accélération opposée à la vitesse  
→ freinage  
→ Amortissement  
→ Stabilisation

Pente positive  
→ accélération et vitesse même sens  
→ retro-action positive  
→ Instabilité

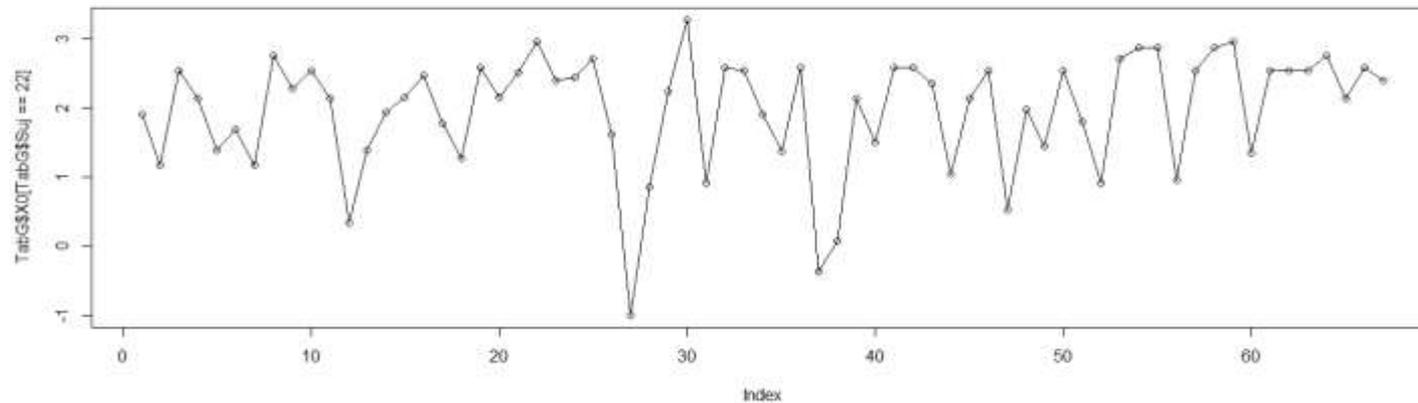
# Rétroaction en V, simulation

- Cycles bas périodiques
  - Périodes de stabilité à un niveau haut
- asymétrie des données d'AN

Données simulées



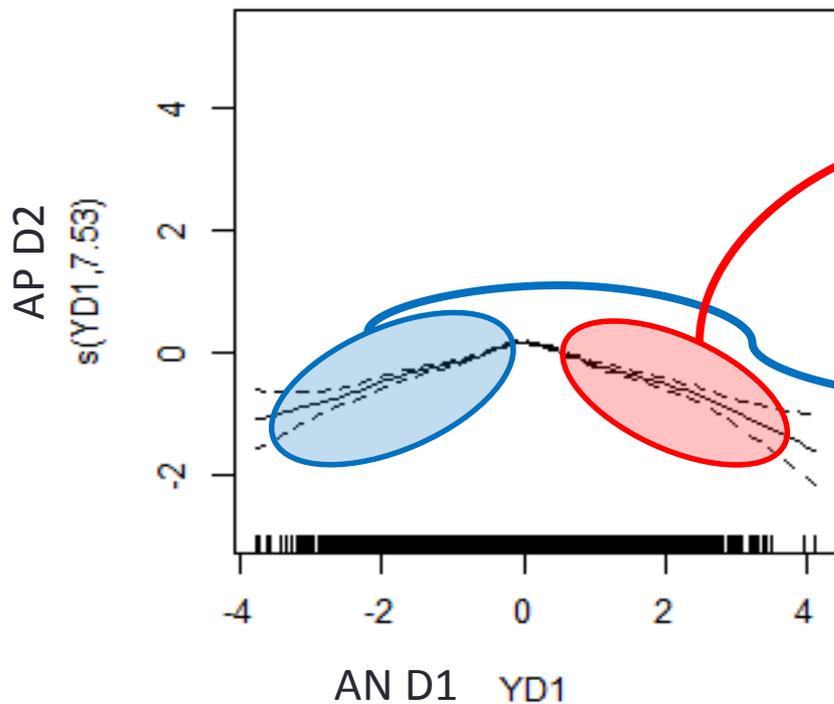
Données réelles



# Effets de couplage

- Quand les AN augmentent, les AP accélèrent à la baisse
  - Être plus anxieux qu'auparavant, ça rend moins serein
  - Oscillation sur la diagonale négative
- Quand les AN baissent, les AP accélèrent à la baisse??
  - oscillation sur la diagonale positive?

$$AP \ YD2 \sim s(XD0) + s(YD0) + s(XD1) + s(YD1)$$



Pente négative

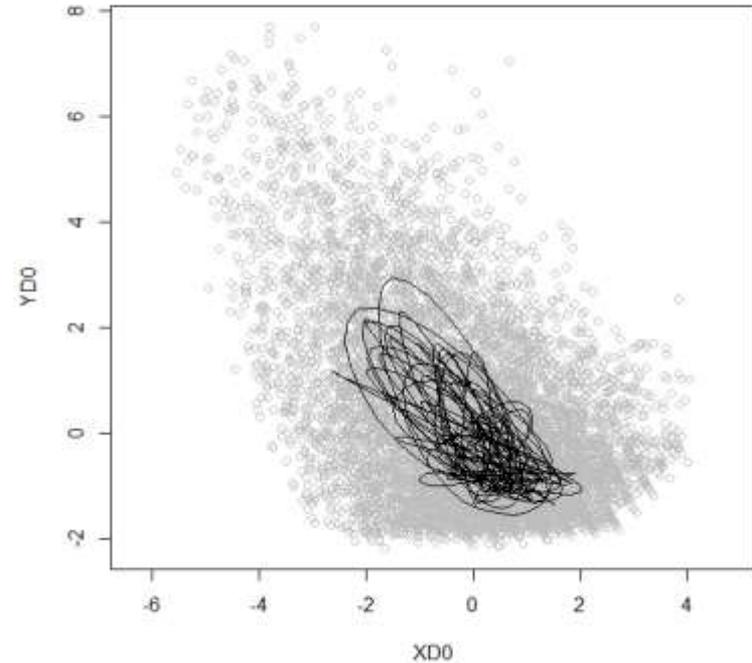
- Effet de couplage opposition de phase
- Oscillation sur la diagonale négative

Pente positive

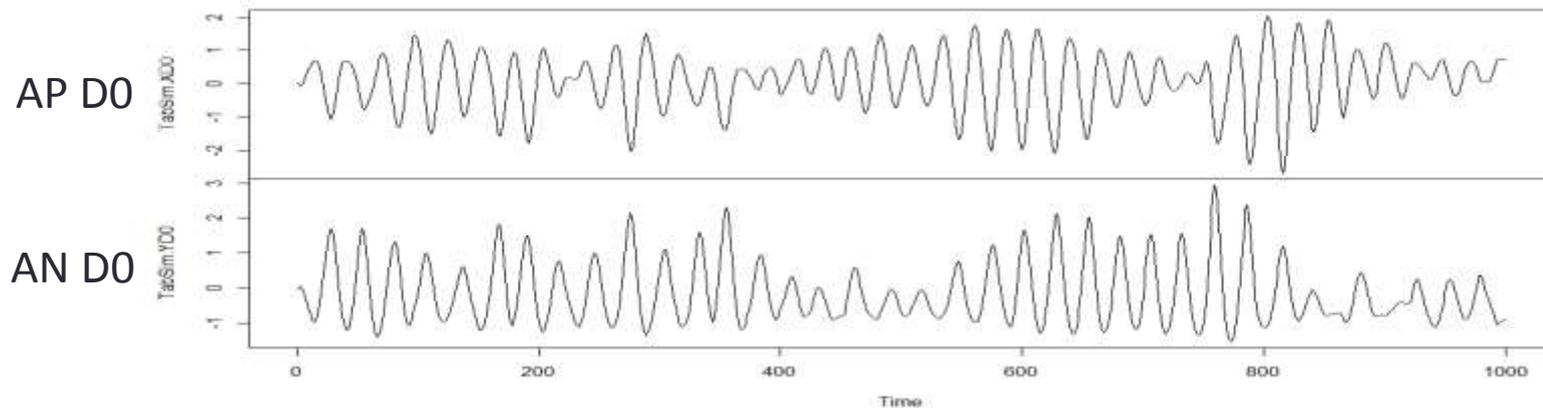
- Effet de couplage en phase
- Oscillation sur la diagonale positive

# Simulation modèle non linéaire général

- Effet d'amplification des boucles sur la diagonale négative
- Possibilité d'oscillations sur les AP uniquement
- Les AN présentent un effet plancher

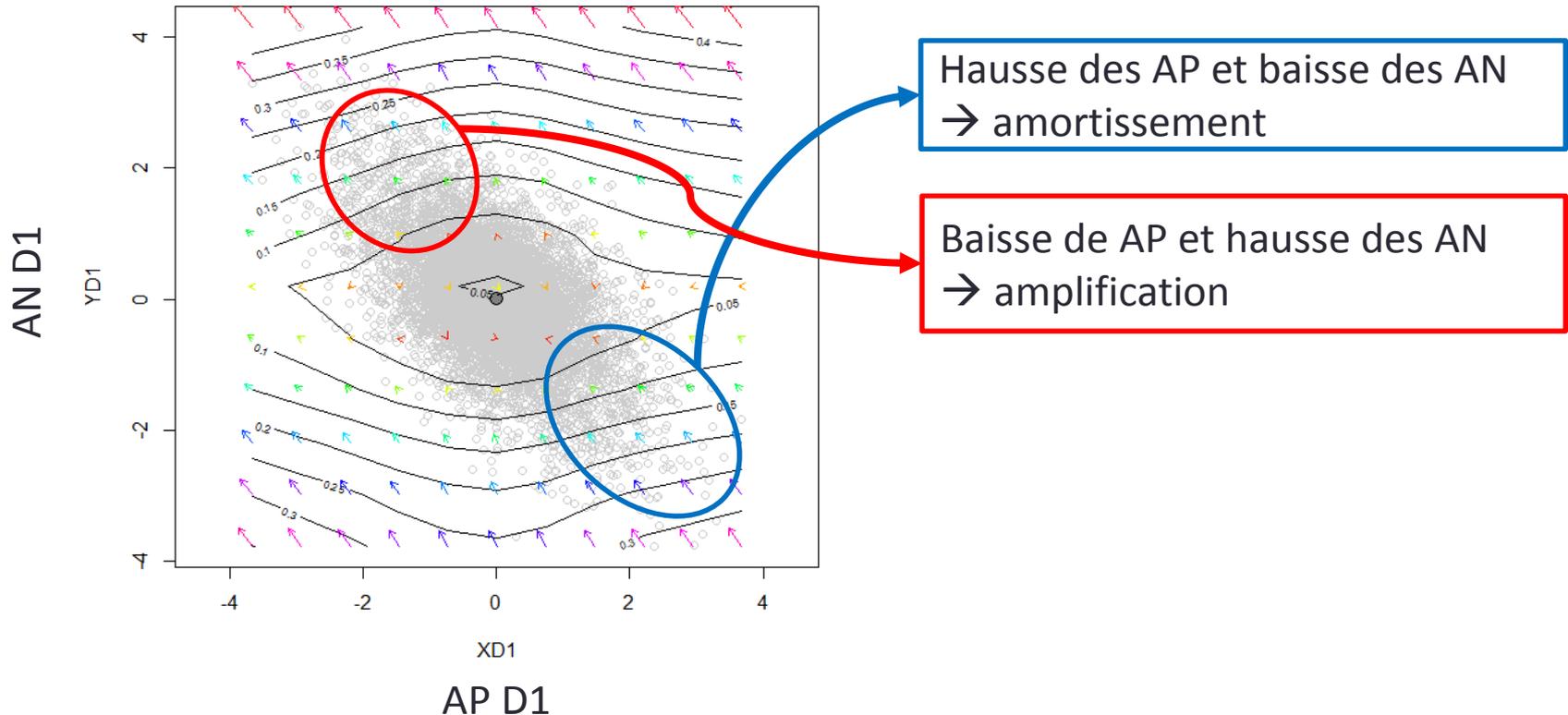


dynamique non linéaire, modèle général



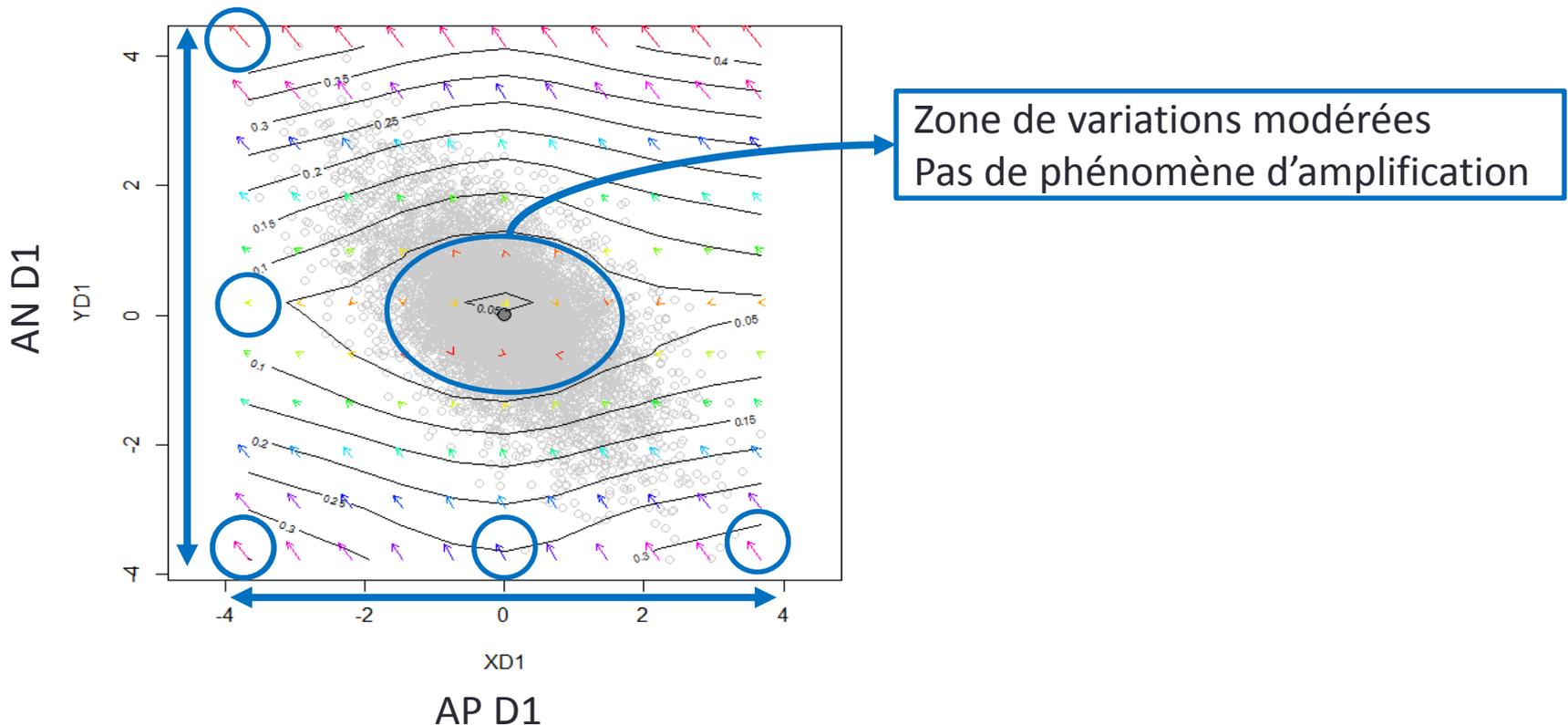
# Champ vectoriel en fonction de la vitesse

- Effet d'amplification des hausses, surtout sur les AN
  - Effet d'amortissement des baisses surtout sur les AN
- Rétroaction positive pour les hausses d'AN  
(sans oublié régulation en fonction de la position)



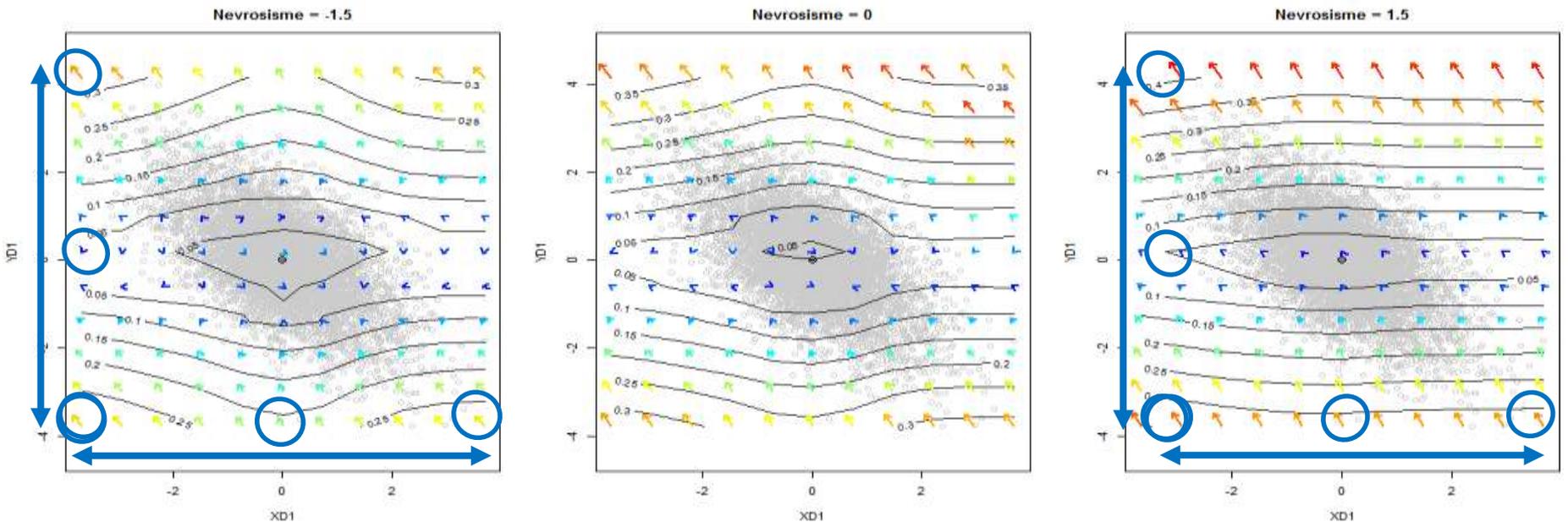
# Champ vectoriel en fonction de la vitesse

- Sur l'axe des Y → effet en V sur les accélérations X et Y  
→ Les variations d'AN conduisent à des rétroactions sur les AP et les AN
- Sur l'axe des X → effet en V moins marqué sur X comme sur Y  
→ Les variations d'AP sont moins susceptibles de provoquer des cycles



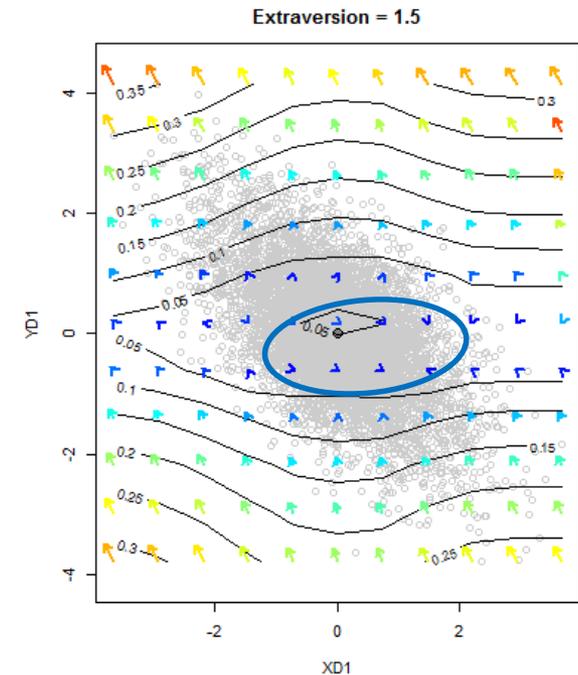
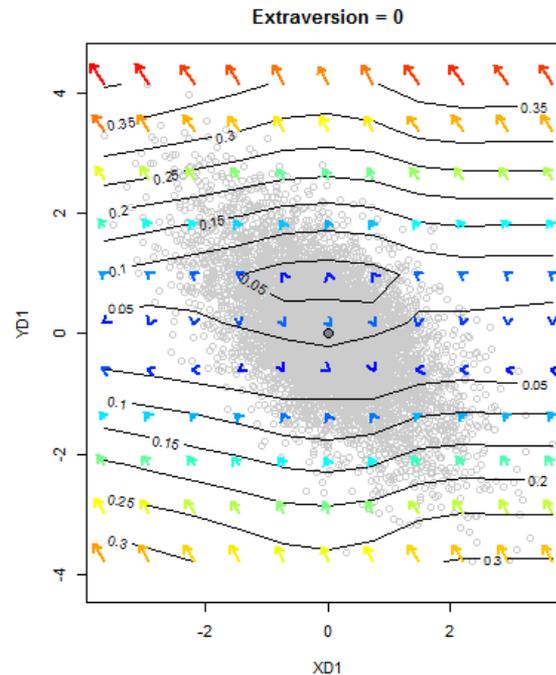
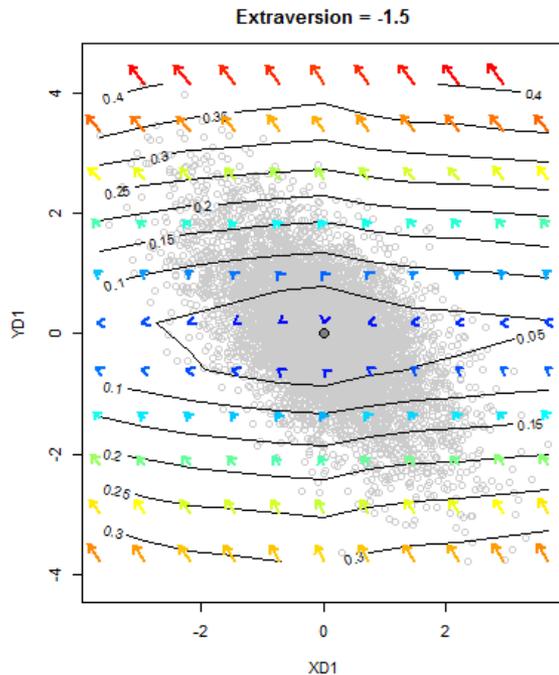
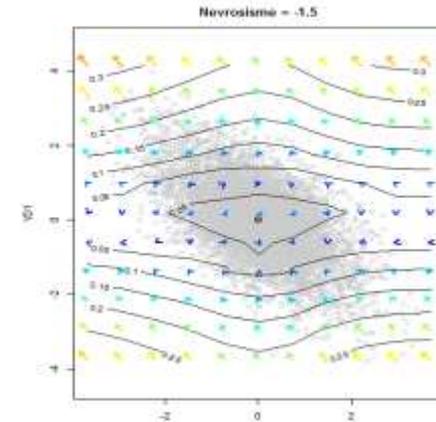
# Effet du névrosisme sur les rétroactions

- Axe des Y : effet en V plus marqué pour haut névrosisme  
→ variation d'AN entraîne un cycle négatif plus facilement
- Axe des X : effet en V plus marqué pour bas névrosisme  
→ zone sans rétroaction plus étendues



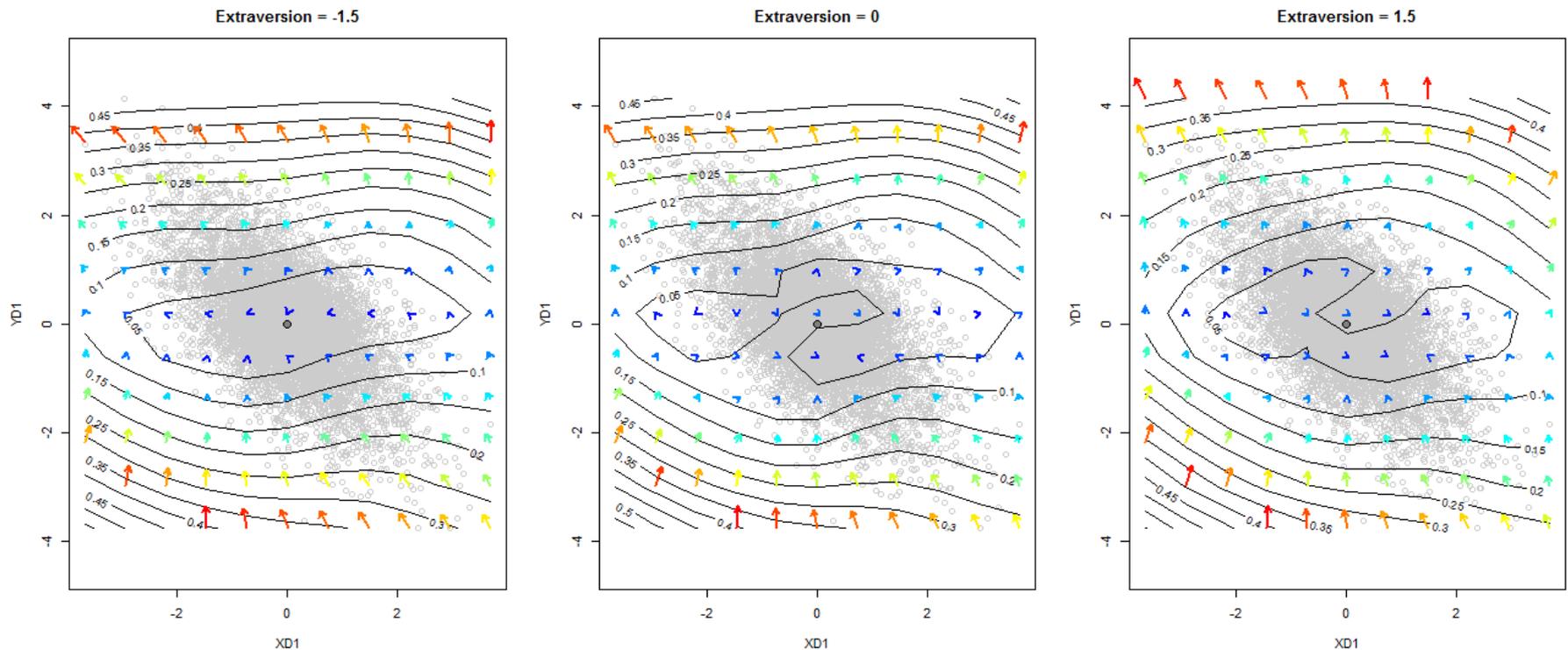
# Effet de l'extraversion sur les rétroactions

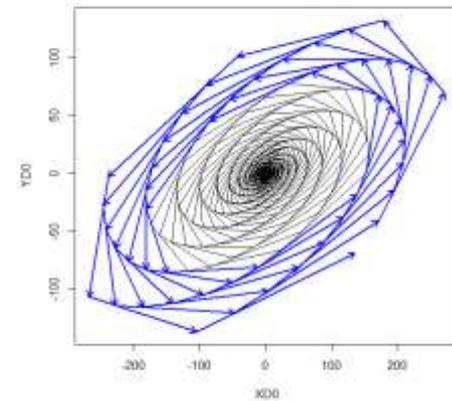
- Effet de l'extraversion sur les rétroactions similaire à celui du névrosisme
- Zone de cycle positif?



# Perspectives

- Comment mieux rendre visibles les effets de cycles  
→ simulations dynamiques comparables
- Interaction Extraversion\*Névrosisme
- Modèles intégrant les interactions en X et Y





Modévaia V – 22-24 juin 2015 – Camaret sur Mer