MODEVAIIA

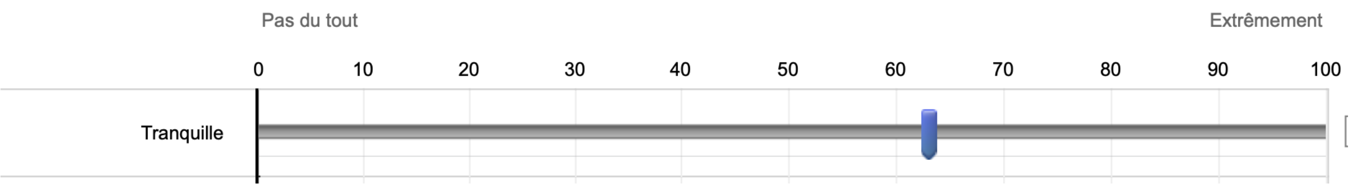
The COVID-19 wave?

Titre complet

The COVID-19 wave? A longitudinal study of affective experience and coping strategies during the first lockdown in France Galharret J.-M., Sapin A., Bret A., Boudoukha A.-H., Navarro O., Fleury-Bahi G., & Congard A. (Nantes Université)

Les données

Les données correspondent aux affects positifs à faible activation (API) mesurées 12 fois elles sont disponibles ici. Les participants déplacent le curseur sur [0,100] pour donner une évaluation subjective de leur niveau de tranquilité et de .



Voici un extrait des réponses obtenues

```
##   API_t1 API_t2 API_t3 API_t4 API_t5 API_t6 API_t7 API_t8 API_t9 API_t10
## 1   52.5   44.0   42.5   46.5   46.5   47.0   41.0   39.5   43.0    51.5
## 2   18.0   21.5   39.0   24.5   16.0   29.0   26.0   32.0   33.0    45.0
## 3   75.0   70.0   45.0   77.5   74.5   77.0   75.0   36.5   69.0    54.0
## 4   65.0   76.0   89.0   67.0   69.5   73.0   70.0   64.5   65.0    81.0
## 5   49.0   66.0   64.0   63.5   65.5   62.5   68.0   60.0   59.0    67.0
## 6   69.0   87.0   81.0   96.5   83.5   93.0   91.5   79.5   96.5   100.0
##   API_t11 API_t12
## 1    61.0    60.0
## 2    69.5    72.5
## 3    53.5    52.5
## 4    77.5    84.5
## 5    69.5    73.5
## 6    97.0    90.0
```

On a $i = 179$ participants et $t = 12$ temps de mesure.

La modélisation : Trajectoire cubique

On veut estimer les trajectoires temporelles pour chaque individu i :

$$Y_i(t) = b_{0,i} + b_{1,i}t + b_{2,i}t^2 + b_{3,i}t^3 + \varepsilon_i(t)$$

Problème de colinéarité dans les modèles de trajectoire :

L'estimation par MCO est instable lorsque les variables explicatives sont colinéaires et dans les modèles de trajectoire c'est le cas :

```
t<-1:12
Xt<-cbind(1,t,t^2,t^3)
# VIF de t^3 en fonction de t et de t^2
1/(1-summary(lm(Xt[,4]~Xt[,2]+Xt[,3]))$r.squared)
## [1] 315.2346
```

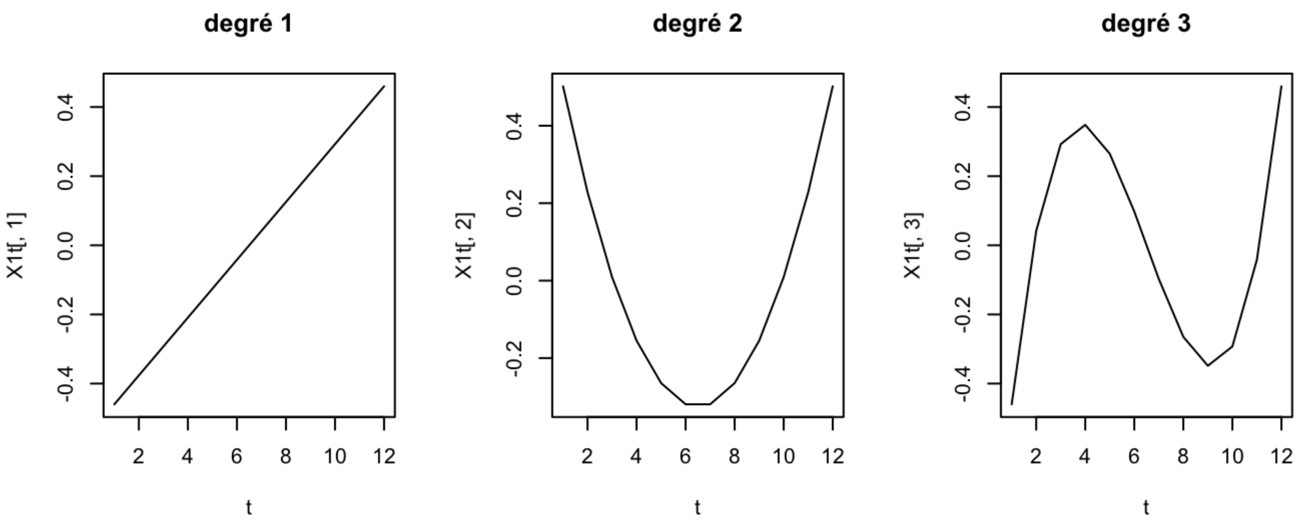
⇝ Solution : polynomes orthogonaux

Polynômes orthogonaux

On veut déterminer des polynômes P_k de degré k qui sont orthogonaux (donc non corrélés) pour $t = \{1, \ldots, 12\}$.

Sur R

```
X1t<-poly(1:12,3)
par(mfrow=c(1,3))
plot(t,X1t[,1],main="degré 1",type="l")
plot(t,X1t[,2],main="degré 2",type="l")
plot(t,X1t[,3],main="degré 3",type="l")
```

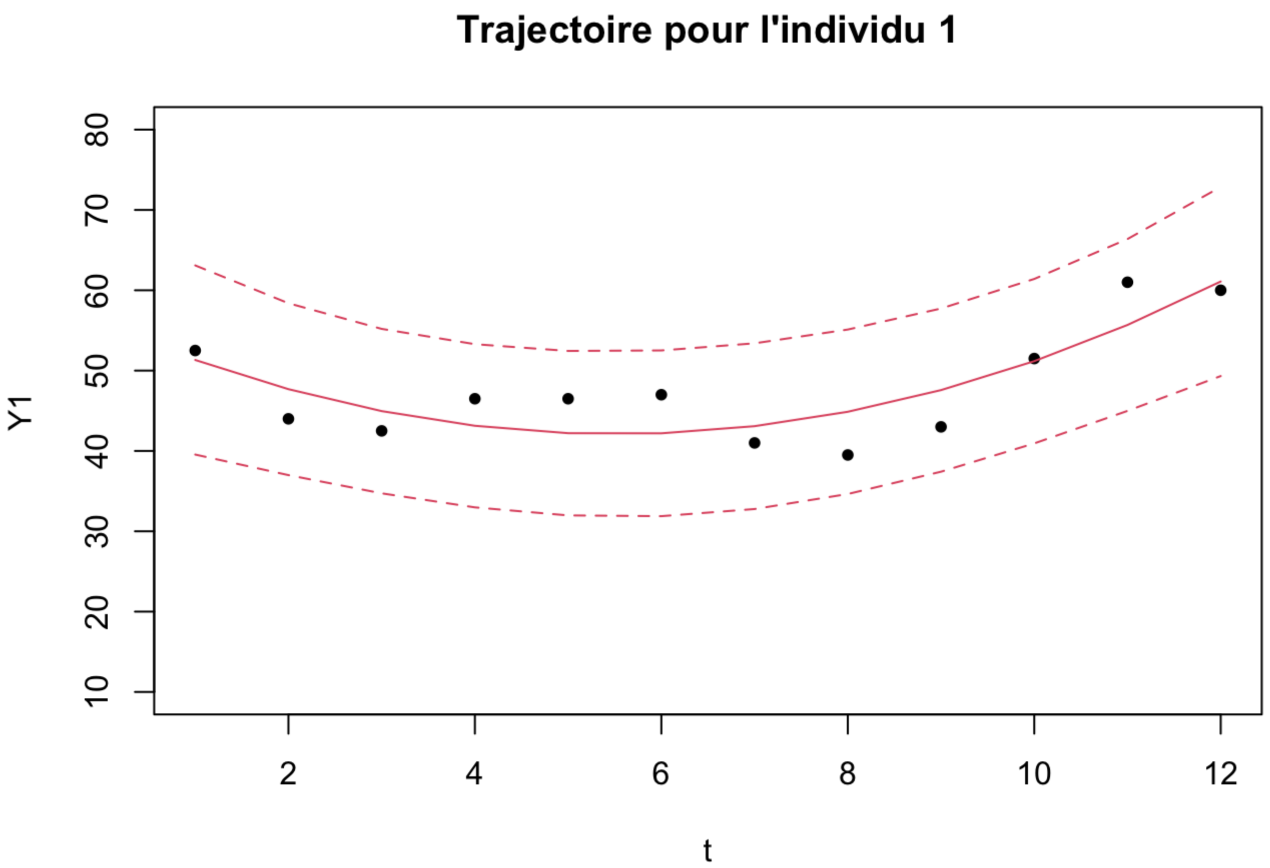



```
X1t<-cbind(1,X1t)
```

Estimation MCO

On veut estimer $Y_i(t) = \beta_{0,i} + \beta_{1,i}P_1(t) + \beta_{2,i}P_2(t) + \beta_{3,i}P_3(t) + \varepsilon_i(t)$.

```
1,])
1]+X1t[,2]+X1t[,3])
interval="prediction")
dict.lm(mod1, interval = "prediction"): predictions on current data refer to _future_ responses
main="Trajectoire pour l'individu 1",ylim=c(10,80))
l=2)
l=2,lty=2)
l=2,lty=2)
```



Le modèle bayésien sur Stan

Soit $\mathbb{X} = [1, P_1(t), \ldots, P_k(t)] \in \mathbb{R}^{n\times(k+1)}$ la matrice de design du modèle linéaire on veut estimer $\beta_i, \mu, \sigma \in \mathbb{R}^{k+1}$ et $\sigma_g \in \mathbb{R}$ tels que :

1. $Y_{i,t} = \mathbb{X}\beta_i + \sigma_g\, \varepsilon_i$ où $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$
2. $\beta_i = \mu + \sigma\, \varepsilon$ où $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, I_{k+1})$.

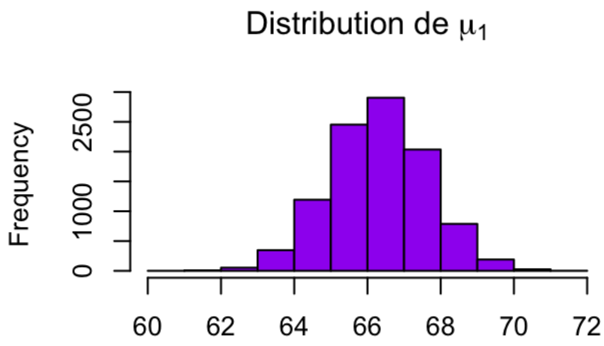
```
model<-'
data{
int <lower=1> n;
// Number of time-measurement
int <lower=1> T;
// degree of the polynom
int<lower=1> k;
// dependant variable
matrix [n,T] y;
// design matrix
matrix [T,k+1] X;
}

parameters {
matrix[n,k+1] beta;
vector[k+1] mu;
vector<lower=0>[k+1] sigma;
real<lower=0> sig;
}

model {
for(t in 1:T){
  for (i in 1:n){
  y[i,t]~normal(X[t,]*to_vector(beta[i,]),sig);}
  }
sig~inv_gamma(.001,.001);
for(j in 1:(k+1)) beta[,j]~normal(mu[j],sigma[j]);
mu~normal(0,100);
sigma~inv_gamma(.001,.001);
}
'
```

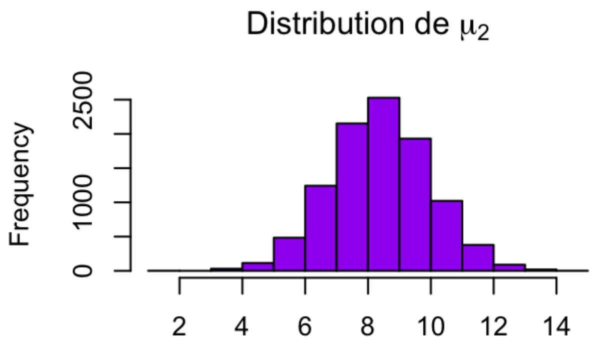
Code pour faire tourner le modèle :

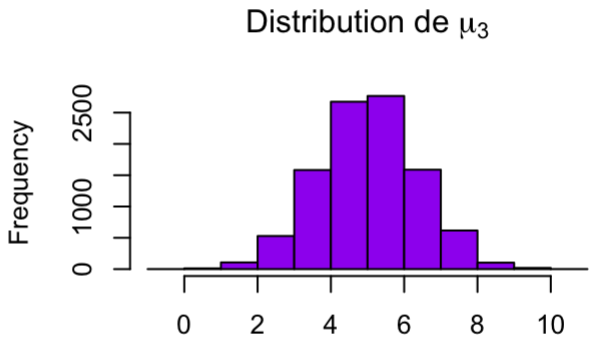
```
library(rstan)
long_model<- stan_model(model_code=model)
fit <- sampling(long_model,data=list(n=dim(Y)[1],T=12,X=X1t,y=Y,p=3), iter = 10000, chains = 2
```

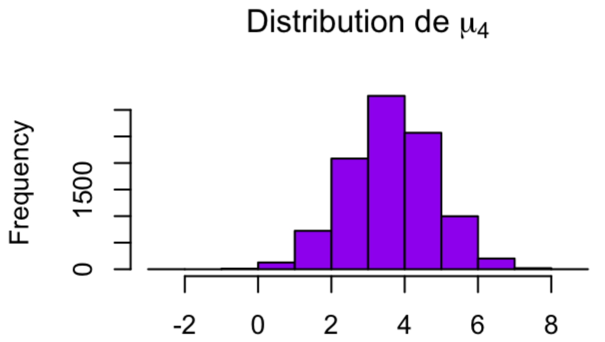
Les résultats sont disponibles dans le fichier [res_bay.RData]

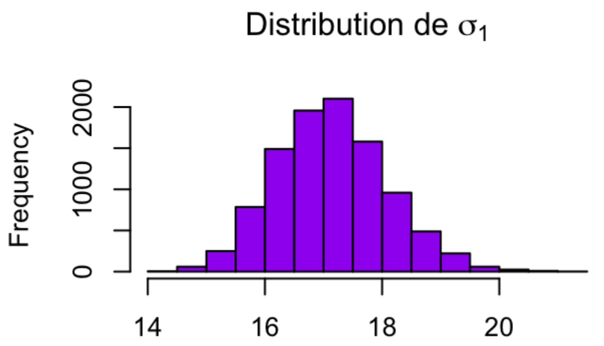
On peut regarder les sorties :

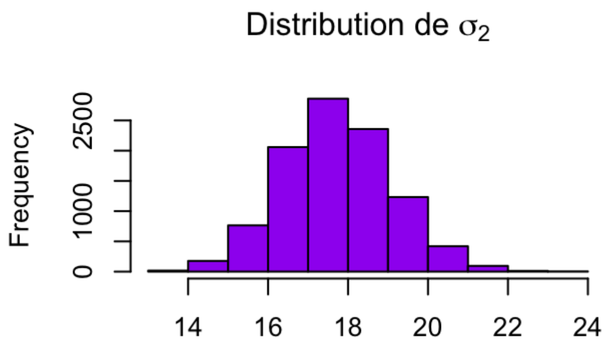


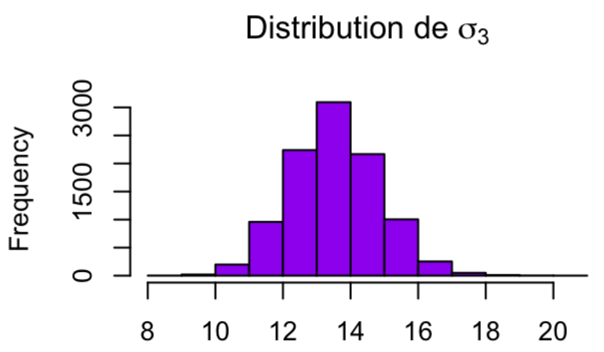


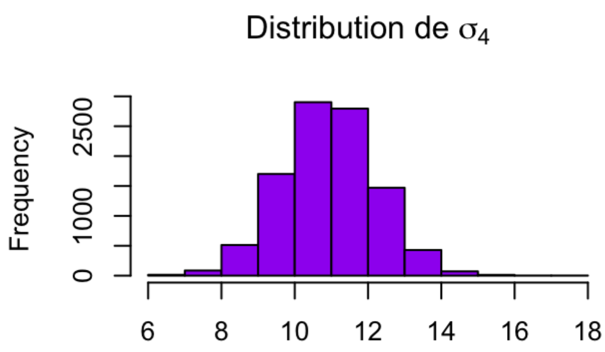








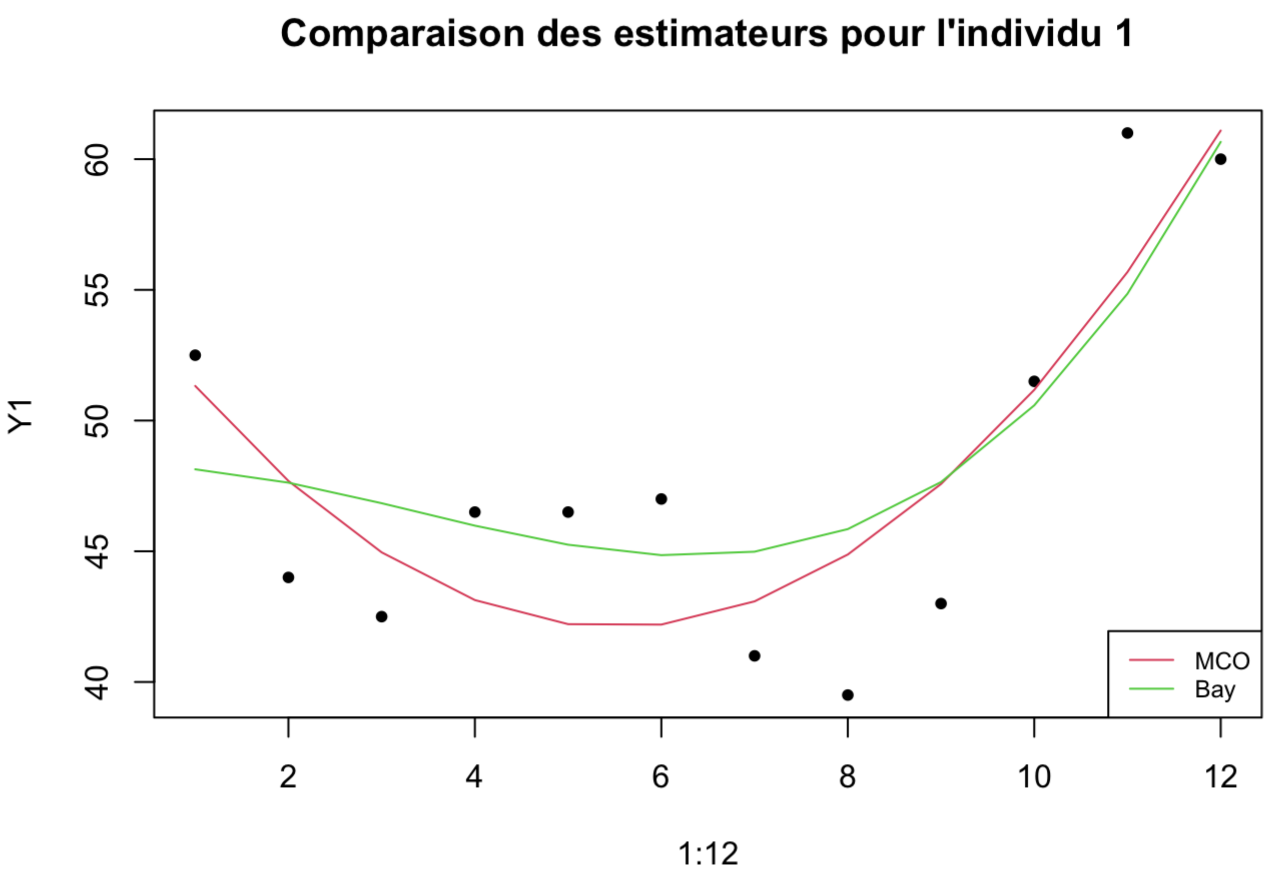




Comparaison bayésien / MCO :

On peut regarder la différence entre l'estimateur MCO et l'estimateur bayésien pour le premier individu.

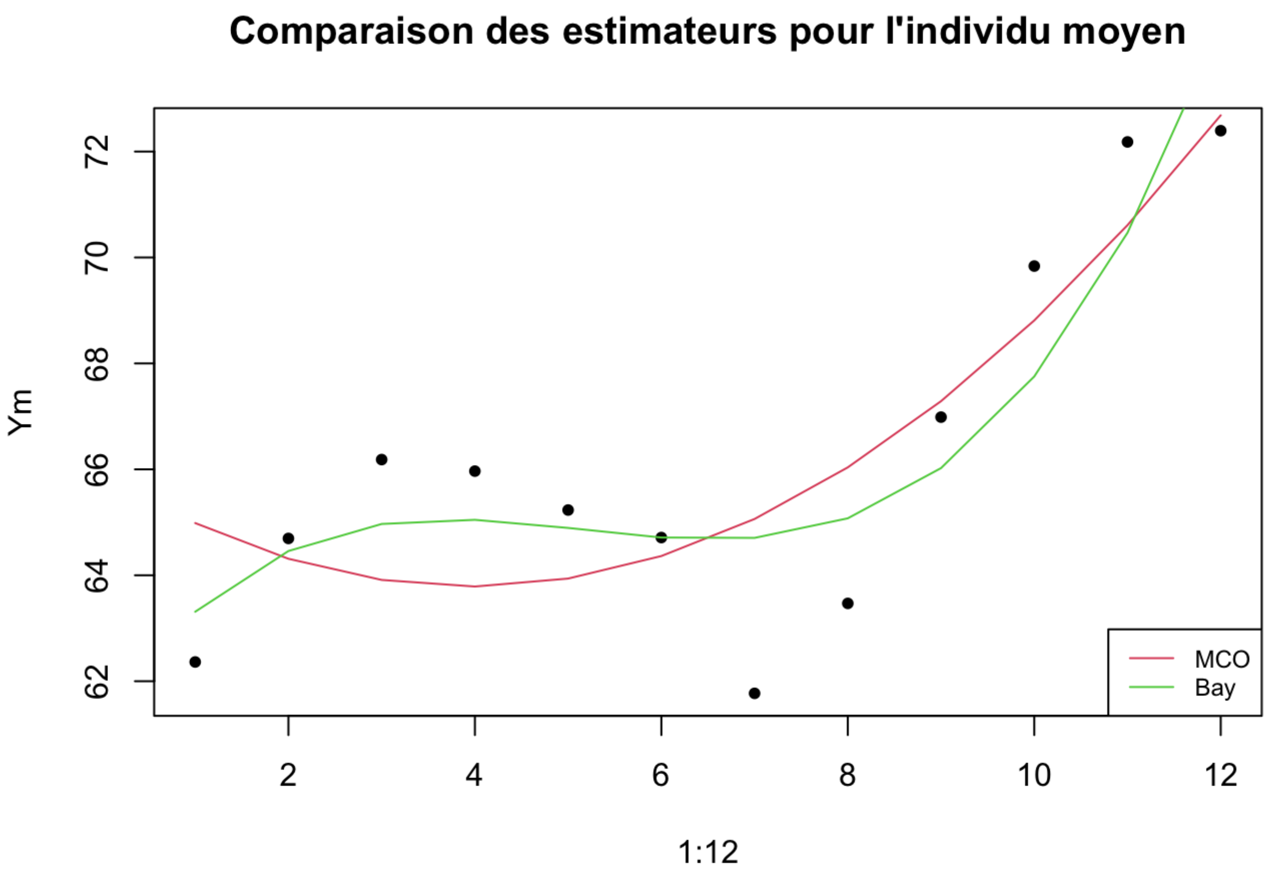
```
Ypred<-X1t %*% t(res$beta[1:dim(res$beta)[1],1,])
YpBay<-apply(Ypred,1,mean)
mod1<-lm(Y1~X1t[,1]+X1t[,2]+X1t[,3])
YpMCO<-predict(mod1)

plot(1:12,Y1,pch=20,main="Comparaison des estimateurs pour l'individu 1")
lines(1:12,YpMCO,col=2)
lines(1:12,YpBay,col=3)
legend("bottomright",lty=c(1,1),col=2:3,legend=c("MCO","Bay"),cex=0.75)
```



On peut aussi regarder ce que ça donne sur l'individu "moyen".

```
n<-dim(Y)[1]
B<-apply(res$mu,2,mean)
dim(X1t)
## [1] 12  4
dim(res$mu)
## [1] 10000     4
Ypred<-X1t %*% t(res$mu)
YpBay<-apply(Ypred,1,mean)

Ym<-apply(Y,2,mean)
mod1<-lm(Ym~X1t[,1]+X1t[,2]+X1t[,3])
YpMCO<-predict(mod1)
```

```
plot(1:12,Ym,pch=20,main="Comparaison des estimateurs pour l'individu moyen")
lines(1:12,YpMCO,col=2)
lines(1:12,YpBay,col=3)
legend("bottomright",lty=c(1,1),col=2:3,legend=c("MCO","Bay"),cex=0.75)
```



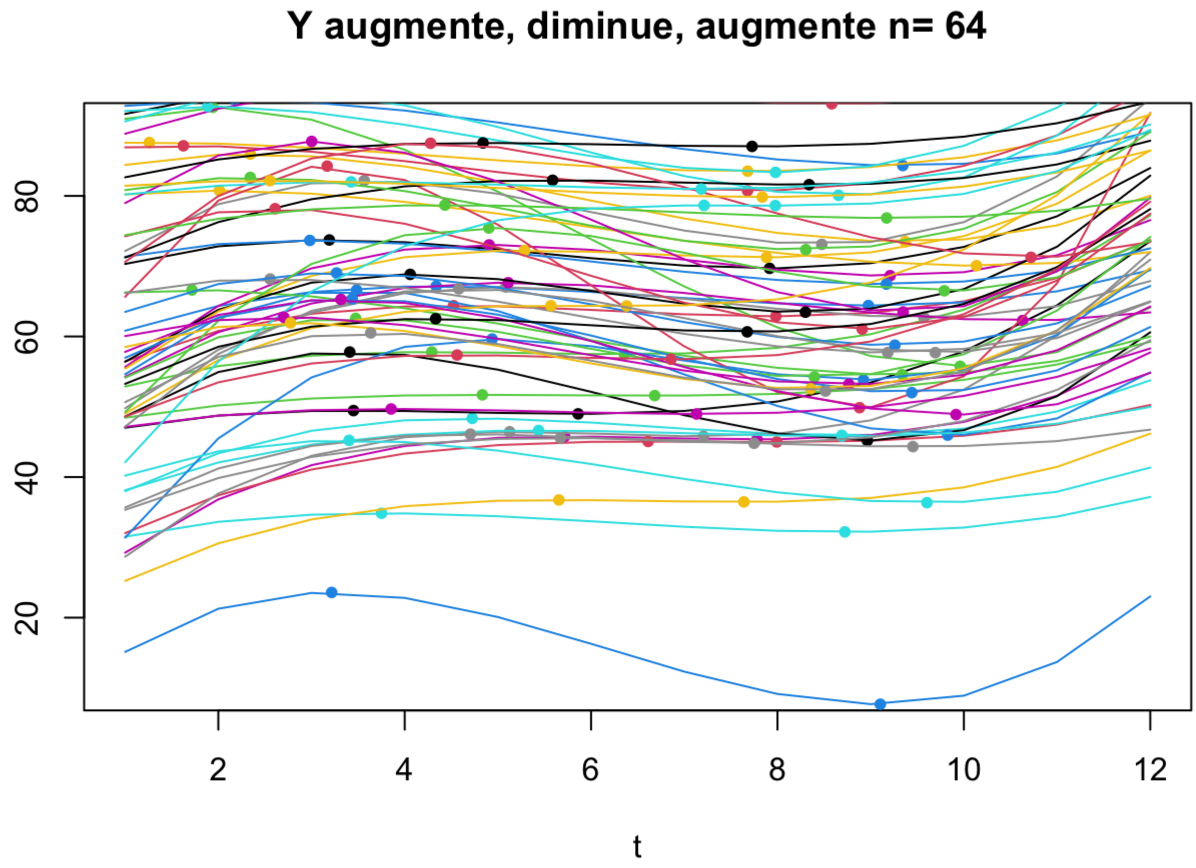
Etude des trajectoires individuelles :

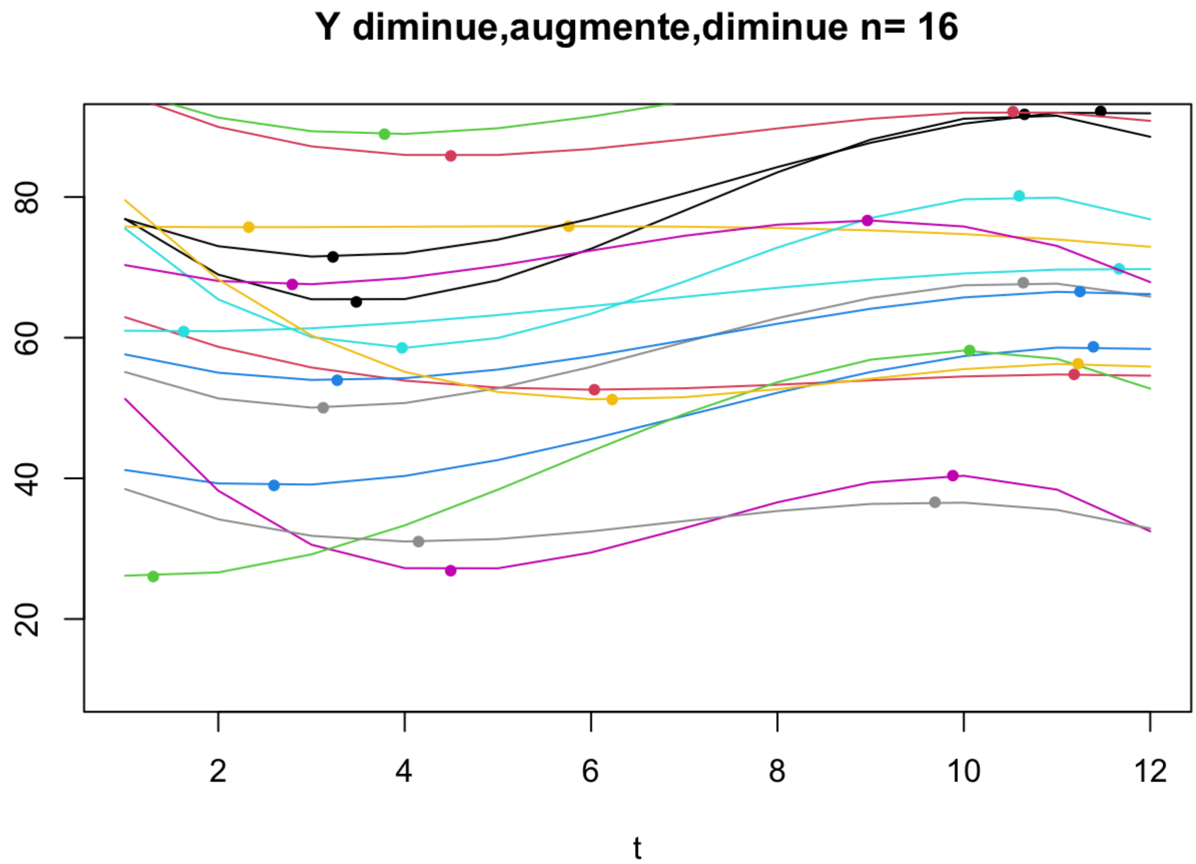
On va considérer deux cas :

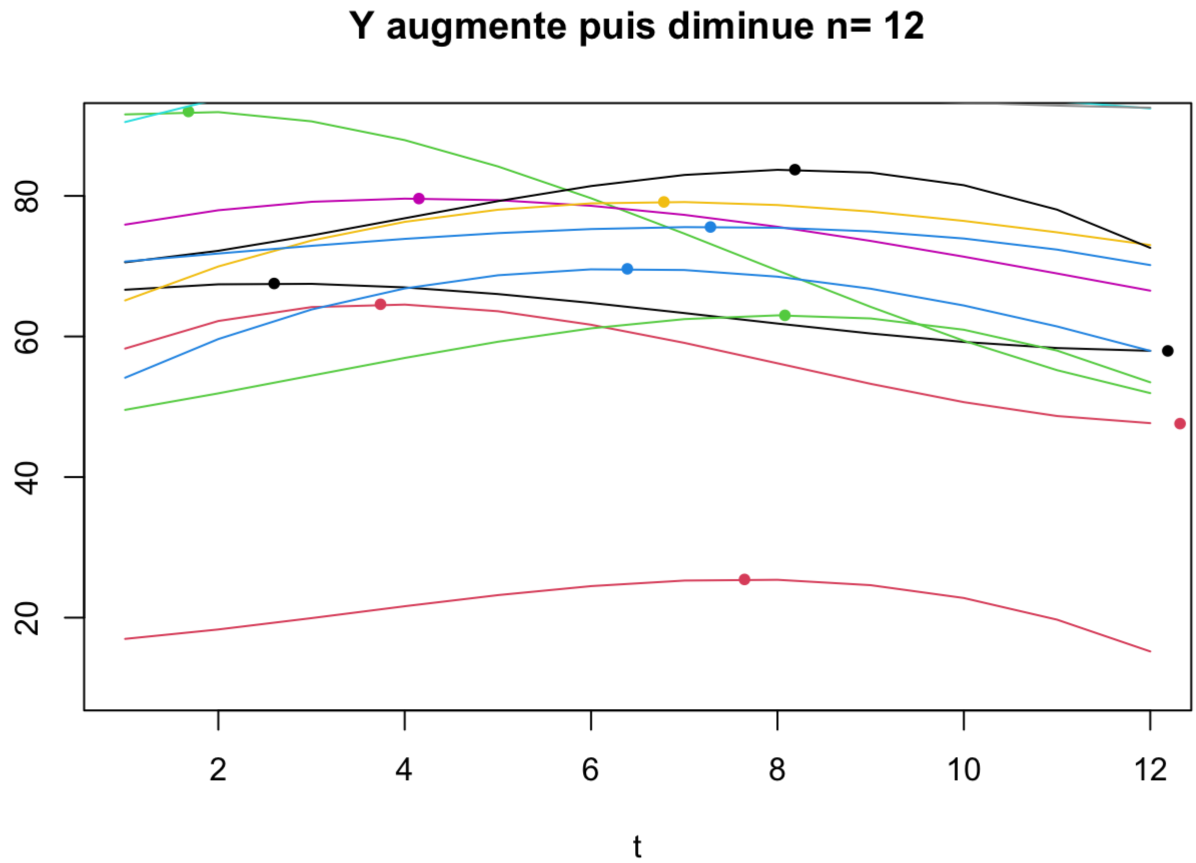
- Les individus pour lequels Y change de direction sur l'intervalle d'étude (i.e. Y augmente puis diminue puis réaugmente)
- Les individus pour lequels Y ne change pas de direction sur l'intervalle d'étude mais pour lesquels il existe un point d'inflexion dans l'intervalle.

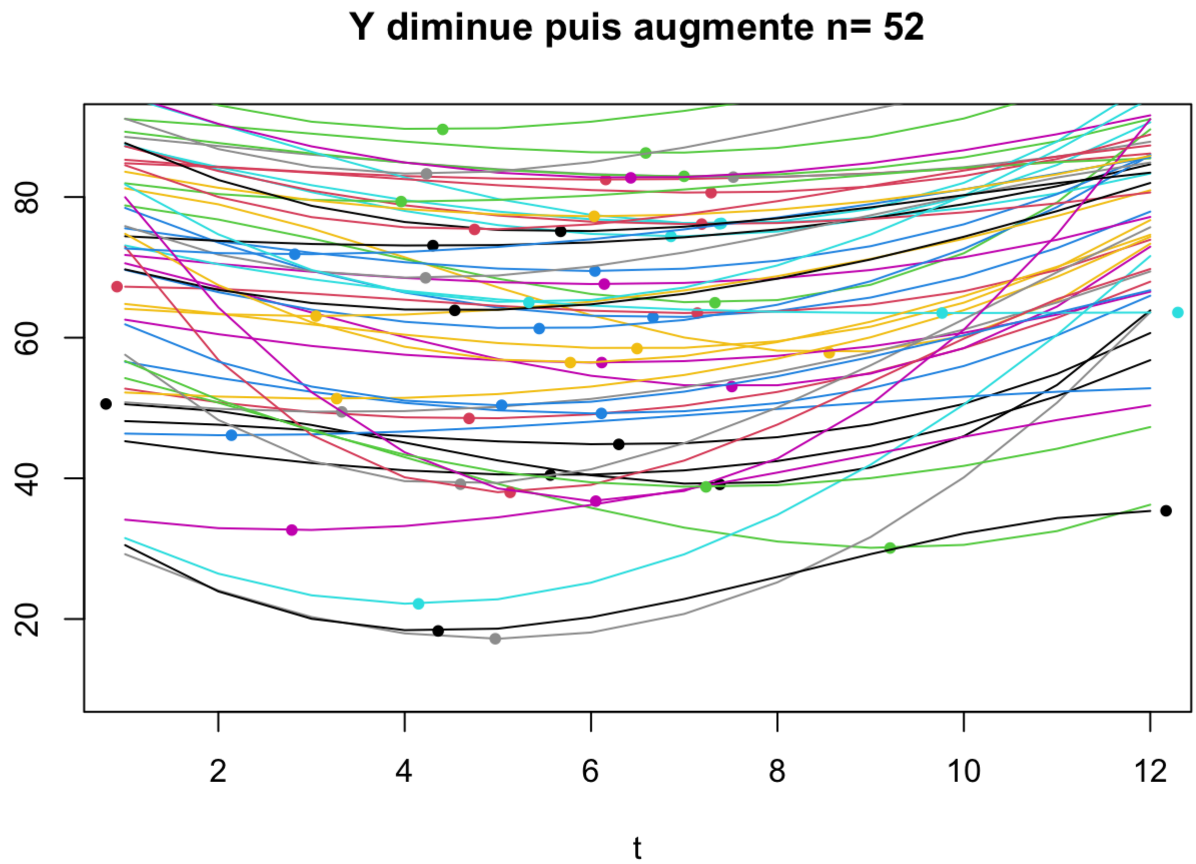
La majorité des Individus connaît deux changements de direction

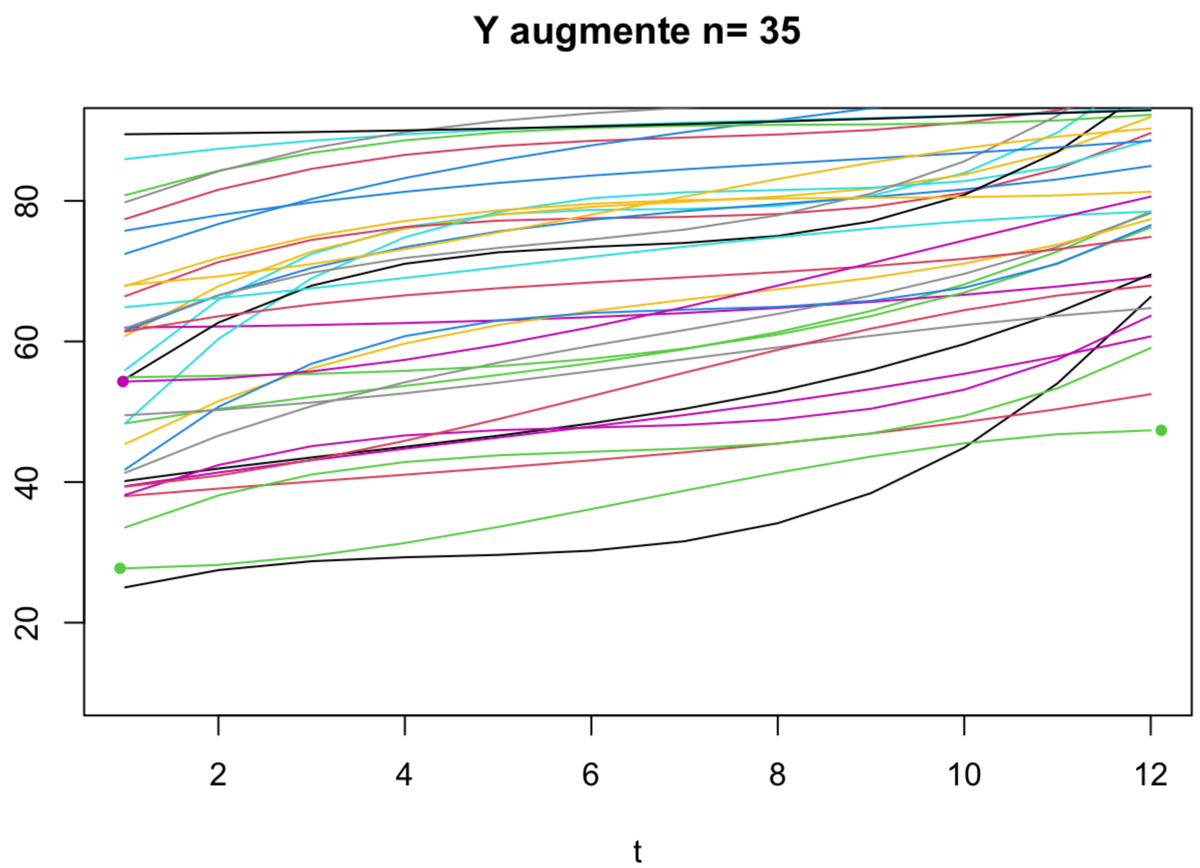
80 individus ont deux changements de direction, 64 un seul et 35 ont des affects qui ne font qu'augmenter.


Y augmente, diminue, augmente n= 64
80
60
40
20
2
4
6
8
10
12
t


Y diminue,augmente,diminue n= 16
80
60
40
20
2
4
6
8
10
12
t

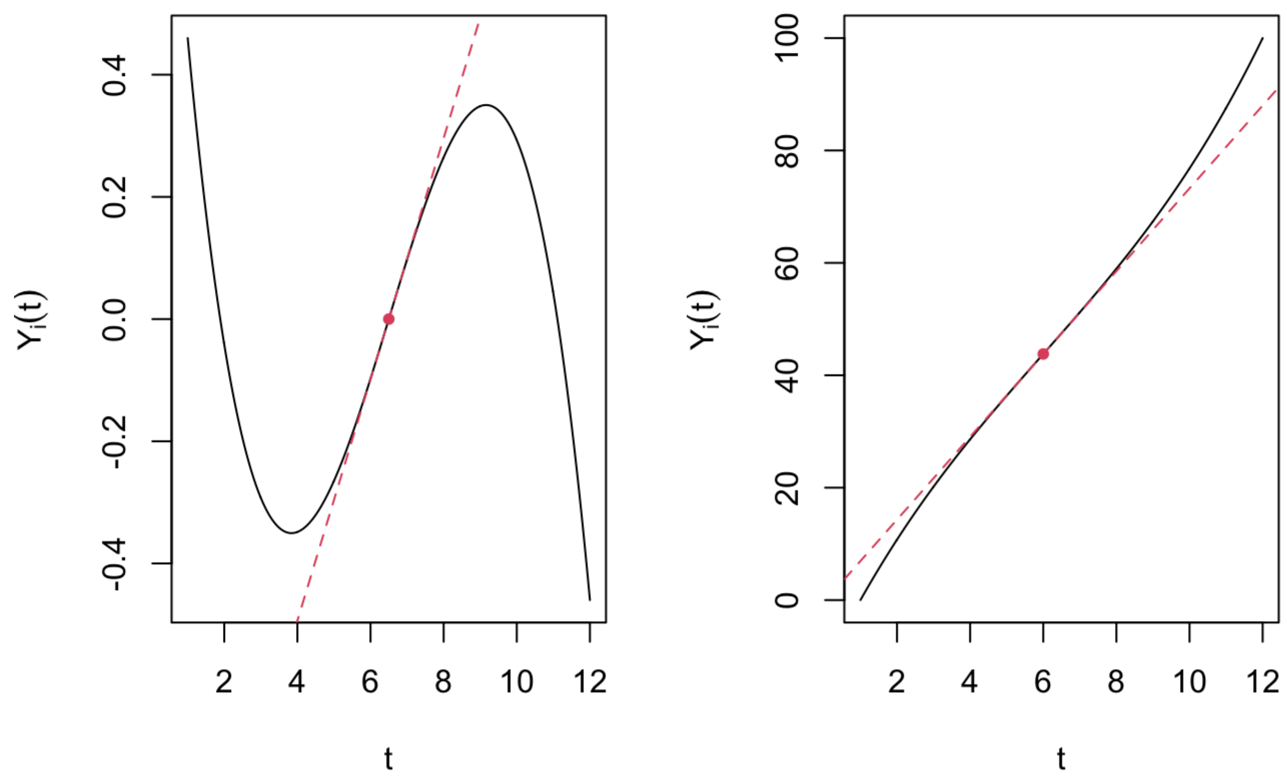

Y augmente puis diminue n= 12
20
40
60
80
2
4
6
8
10
12
t


Y diminue puis augmente n= 52
20
40
60
80
2
4
6
8
10
12
t



Qu'est-ce qu'un point d'inflexion?

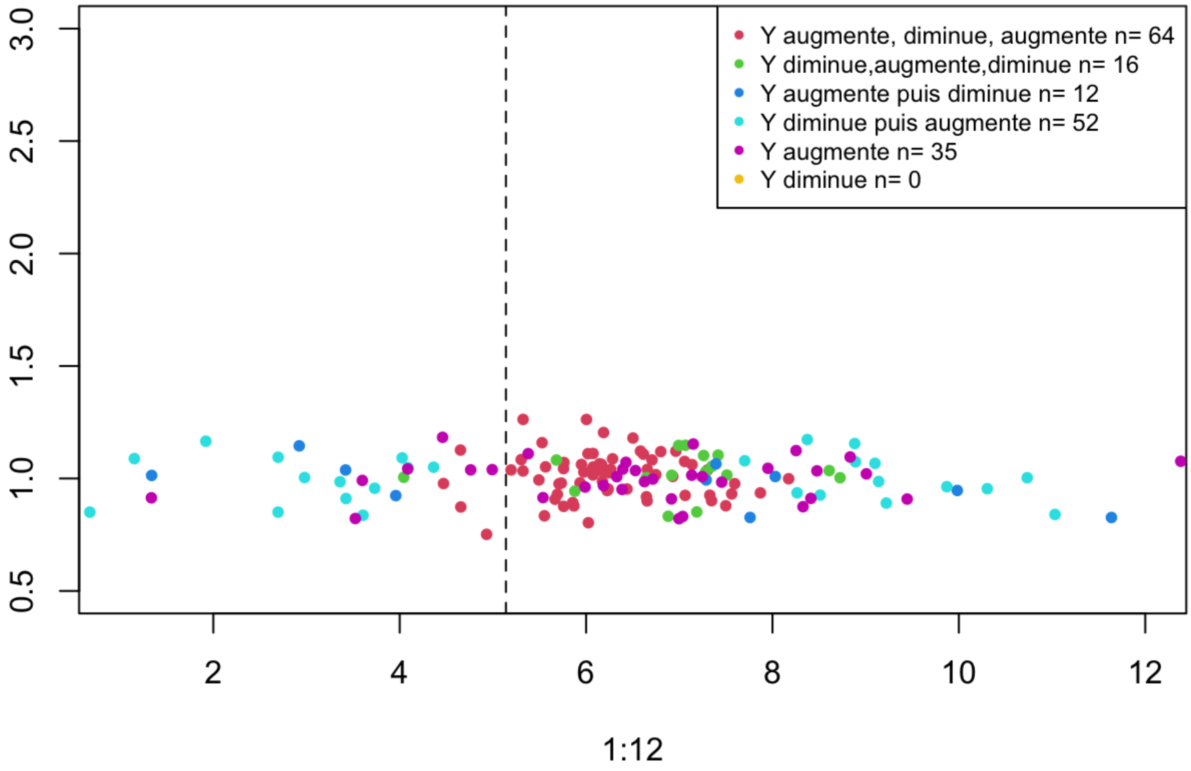
- Pour Y polynôme de degré 3, il s'agit du point (unique) t_0 tel que $Y''(t_0) = 0.$
- Lorsque t_0 est un point d'inflexion du polynôme de dégré 3 la tangente en t_0 traverse la courbe.



- Lorsque le coefficient de t^3 est positif soit l'augmentation de Y accélère jusqu'à t_0 puis ralentit (graphe de gauche) ou bien le contraire (graphe de droite).

Les points d'inflexion pour l'affect considéré

On constate que pour la plupart des participants le point d'inflexion est situé entre la semaine 4 et la semaine 8 (surtout pour les 73 individus identifiés précédemment).



On constate que pour la plupart des participants le point d'inflexion est situé entre la semaine 4 et la semaine 8. La moyenne étant 5.1397187.

```
B<-dim(res_bay[[1]]$beta)[1]
P_API<-rep(NA,n)
P_APA<-rep(NA,n)
P_ANI<-rep(NA,n)
P_ANA<-rep(NA,n)
for(i in 1:n){
P_API[i]<-inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[1]]$beta[1:B,i,],2,mean)))[1]
P_APA[i]<-inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[2]]$beta[1:B,i,],2,mean)))[1]
P_ANI[i]<-inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[3]]$beta[1:B,i,],2,mean)))[1]
P_ANA[i]<-inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[4]]$beta[1:B,i,],2,mean)))[1]
}

boxplot(cbind(P_API,P_APA,P_ANA,P_ANI),ylim=c(1,12))
abline(h=c(inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[1]]$mu,2,mean)))[1],
        inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[2]]$mu,2,mean)))[1],
        inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[3]]$mu,2,mean)))[1],
        inflex_coord(coef_t(apply(res_bay[[4]]$mu,2,mean)))[1]))
```