

Variabilité intraindividuelle sur des données de précision

Philippe Golay, Delphine Fagot
& Thierry Lecerf
Université de Genève

*Recherche soutenue par le Fond national suisse de la recherche scientifique
(requête no 100011-107764, requérante principale : Anik de Ribaupierre)*

► *document disponible au téléchargement à <ftp://web:doc@diff28.unige.ch/viiprecision.pdf>*

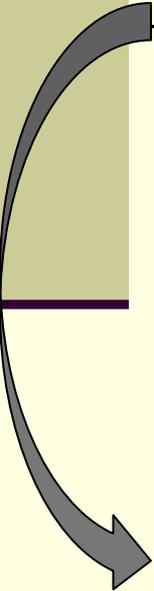
Introduction



- Variabilité intraindividuelle – deux domaines de mesure :
 - Temps de réaction [TR]
 - Exemple : Vii calculée sur 50 temps de réactions
 - Bonnes réponses [BR]
 - Exemple : Vii calculée sur le nombre d'éléments correctement rappelés dans un bloc de 10 items
- Indices classiquement utilisés :
 - Ecart-type (ET)
 - Coefficient de Variation (CV)

Question

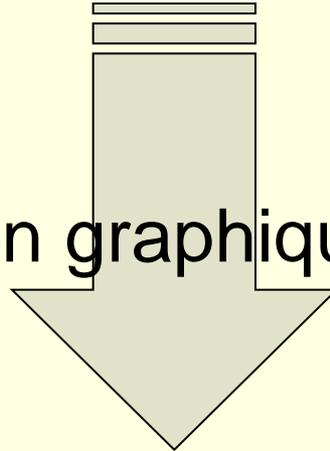
- Homologie entre ces deux domaines de mesures ?
 - oui/non ?
 - conséquences ?
 - Effet plancher/effet plafond
 - ET et CV peuvent-ils être utilisés de la même manière sur les BR et les TR ?



Quelques réflexions à propos des indices

Un peu d'exploration numérique...

A. Principe de base : exprimer algébriquement le maximum de ET en fonction de la moyenne



B. Représentation graphique de cette fonction

Définir les « contours » de chacun de ces espaces de mesure

A : les TR

- Nombre d'items : n
- Temps de réaction moyen : t
- ET maximum lorsque tous items = 0 sauf 1 item avec valeur (n*t)
- De façon plus générale on exprime le maximum de ET en fonction de t par :

$$\text{Max} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{(n-1)(0-t)^2 + ((n*t)-t)^2}{n}} \quad (1)$$

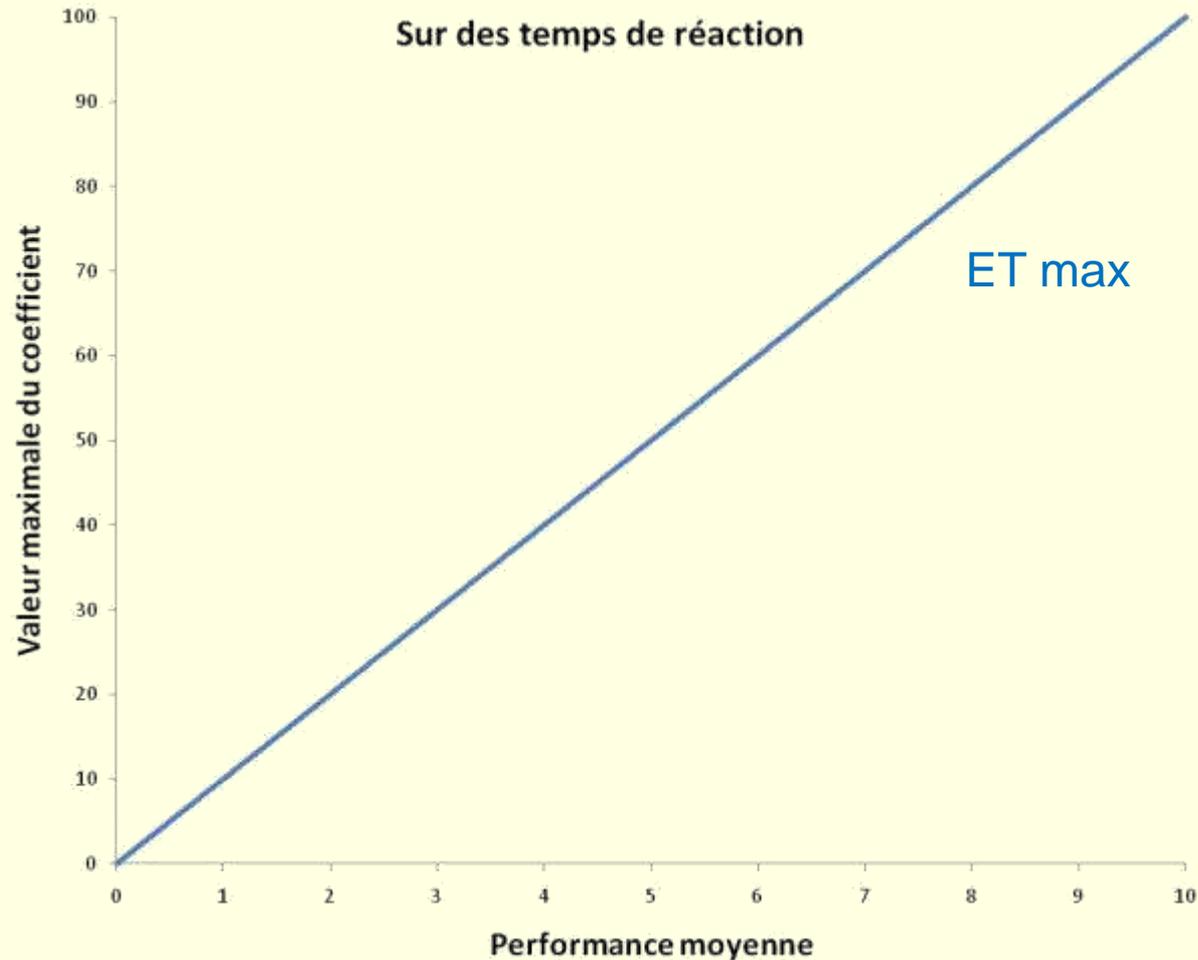
$$= \sqrt{\frac{(n-1)t^2 + (t(n-1))^2}{n}} = \sqrt{\frac{(n-1)t^2 + (n-1)^2 t^2}{n}} \quad (2)$$

$$= \sqrt{\frac{-t^2 n + t^2 n^2}{n}} = \sqrt{-t^2 (n-1)} \quad (3)$$

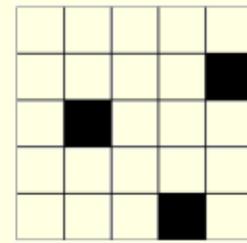
$$= \sqrt{t^2 (n-1)} = t \sqrt{n-1} = t * \text{racine}(n) \quad (4)$$

Correction pour ET de type échantillon (cf SPSS) en remplaçant le dénominateur par (n-1)

B : graphiquement



A : les BR



- Tâche de Mémoire de travail : Matrices Classe 6 (4 items)
- Raisonnement :
 - Score maximal: Réussite à tous les items
 - Variabilité intraindividuelle nulle
 - Score minimal : Echec à tous les items
 - Variabilité intraindividuelle nulle
 - Score moyen de 3 (50%) :
 - Situation de variation maximale (6 → 0 → 6 → 0)
 - Situation de variation nulle (3 → 3 → 3 → 3)

A : les BR

- Niveau de difficulté : D (ici nombre max de case à rappeler)
- Nb moyen de BR : P
- Nombre d'items : n
- ET maximum quand $P = D/2$ et les résultats aux items sont en alternance $=0$ ou $= D$.

$$\text{Max} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (xi - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} * n(D - \frac{D}{2})^2} = \sqrt{(D - \frac{D}{2})^2} = D - \frac{D}{2} = \frac{D}{2} \quad (1)$$

- De façon plus générale on exprime le maximum de ET en fonction de P par :

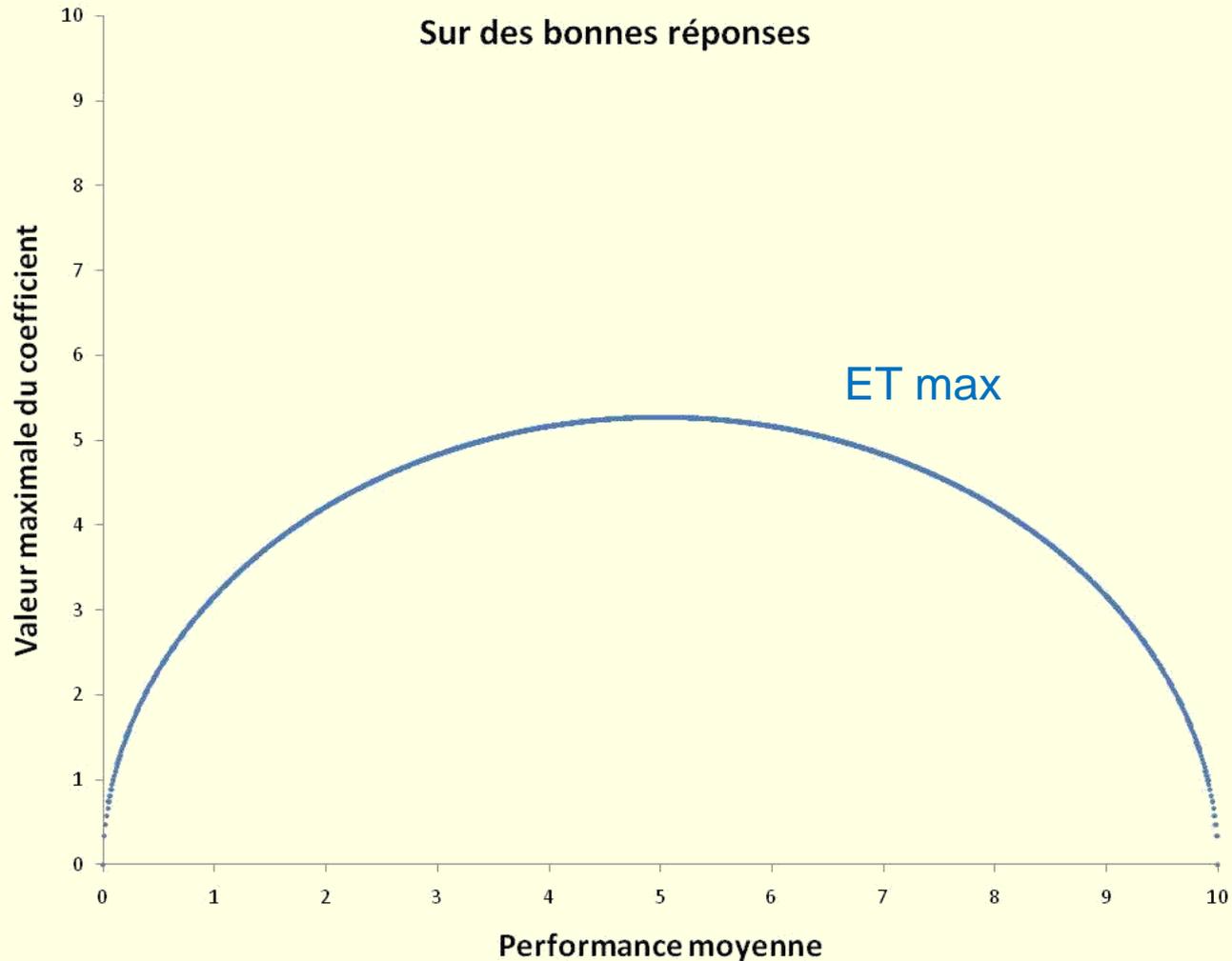
$$= \sqrt{\frac{(D-P)(P)^2 + (P)(D-P)^2}{(D-P) + (P)}} = \sqrt{\frac{DP^2 - P^3 + P(D^2 - 2DP + P^2)}{D}} \quad (2)$$

$$= \sqrt{\frac{DP^2 + PD^2 - 2P^2D}{D}} = \sqrt{\frac{PD^2 - P^2D}{D}} = \sqrt{PD - P^2} * \sqrt{\frac{n}{n-1}} \quad (3)$$

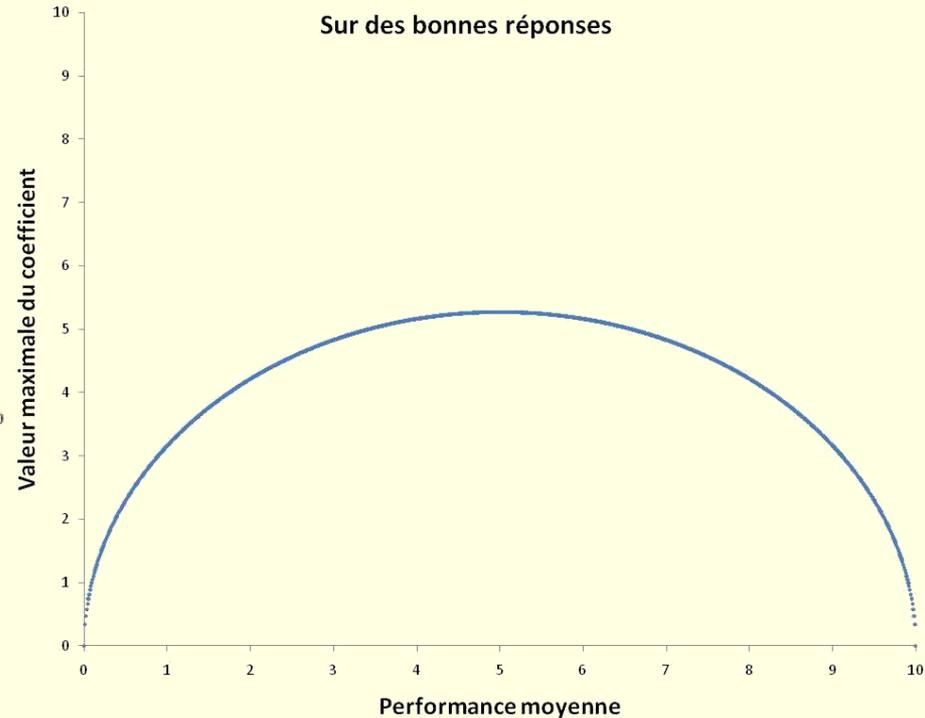
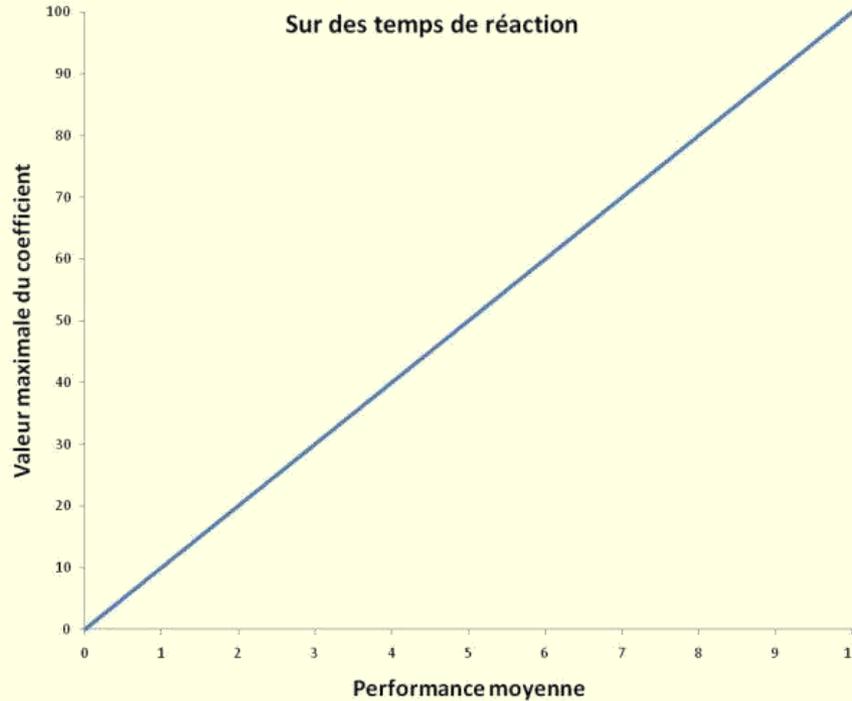


Correction ET de type échantillon

B : graphiquement



TR et BR pas identique !

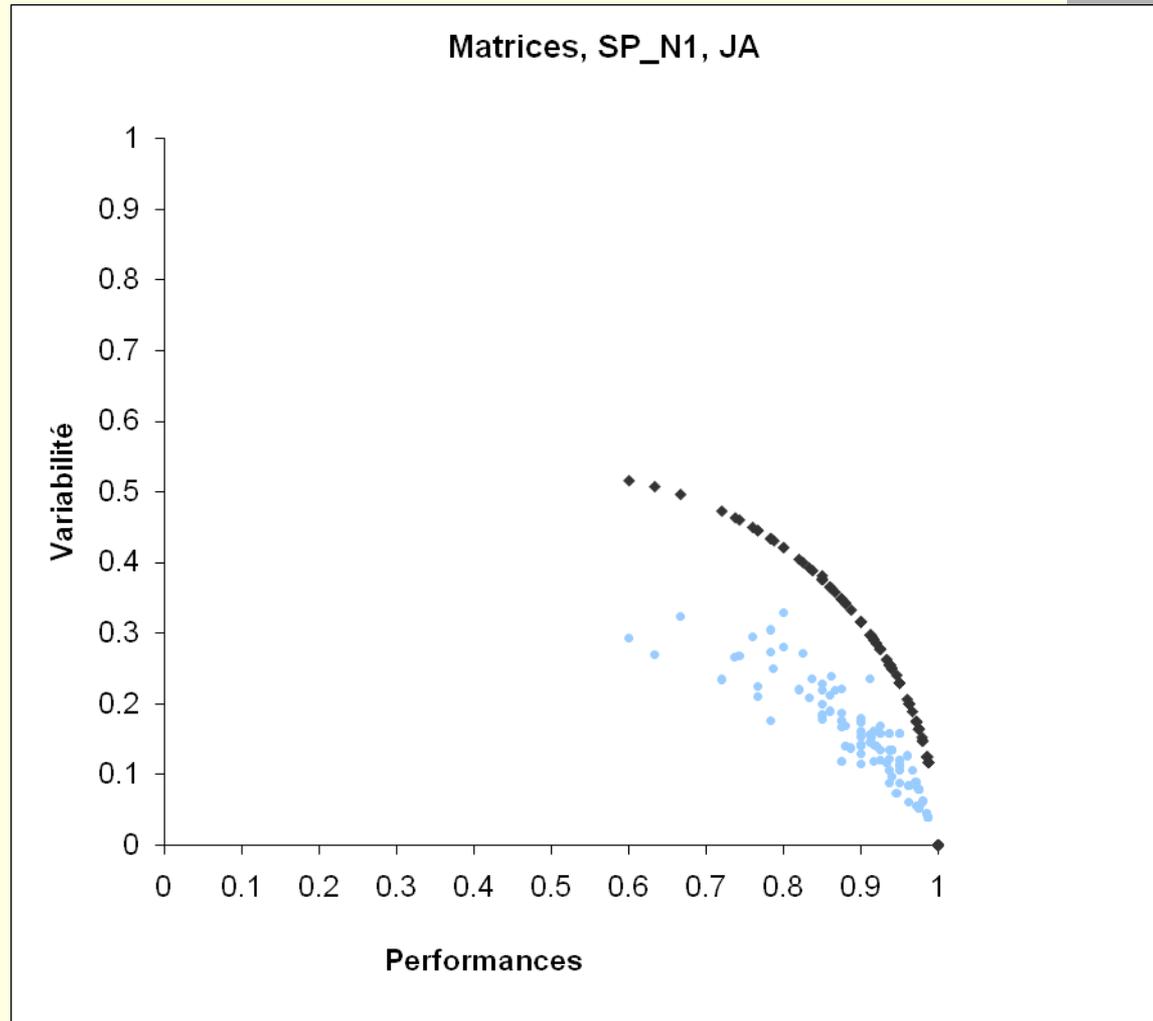


Quelles conséquences ?

1^{ère} conséquence (1): «effet plafond»

- Si % de BR est très élevé alors contraintes très importantes sur la forme du nuage de points
- ➔ aux extrêmes : valeurs limitées par la courbe

1^{ère} conséquence (2): avec des données



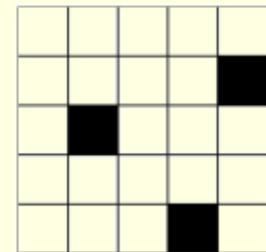
1^{ère} conséquence (3): «effet plafond»

- Si % de BR est très élevé alors contraintes très importantes sur la forme du nuage de points
 - ➔ aux extrêmes : valeurs limitées par la courbe
 - ➔ co-dépendance entre moyenne et ET très importante, augmentation de la corrélation
- Hypothèse :

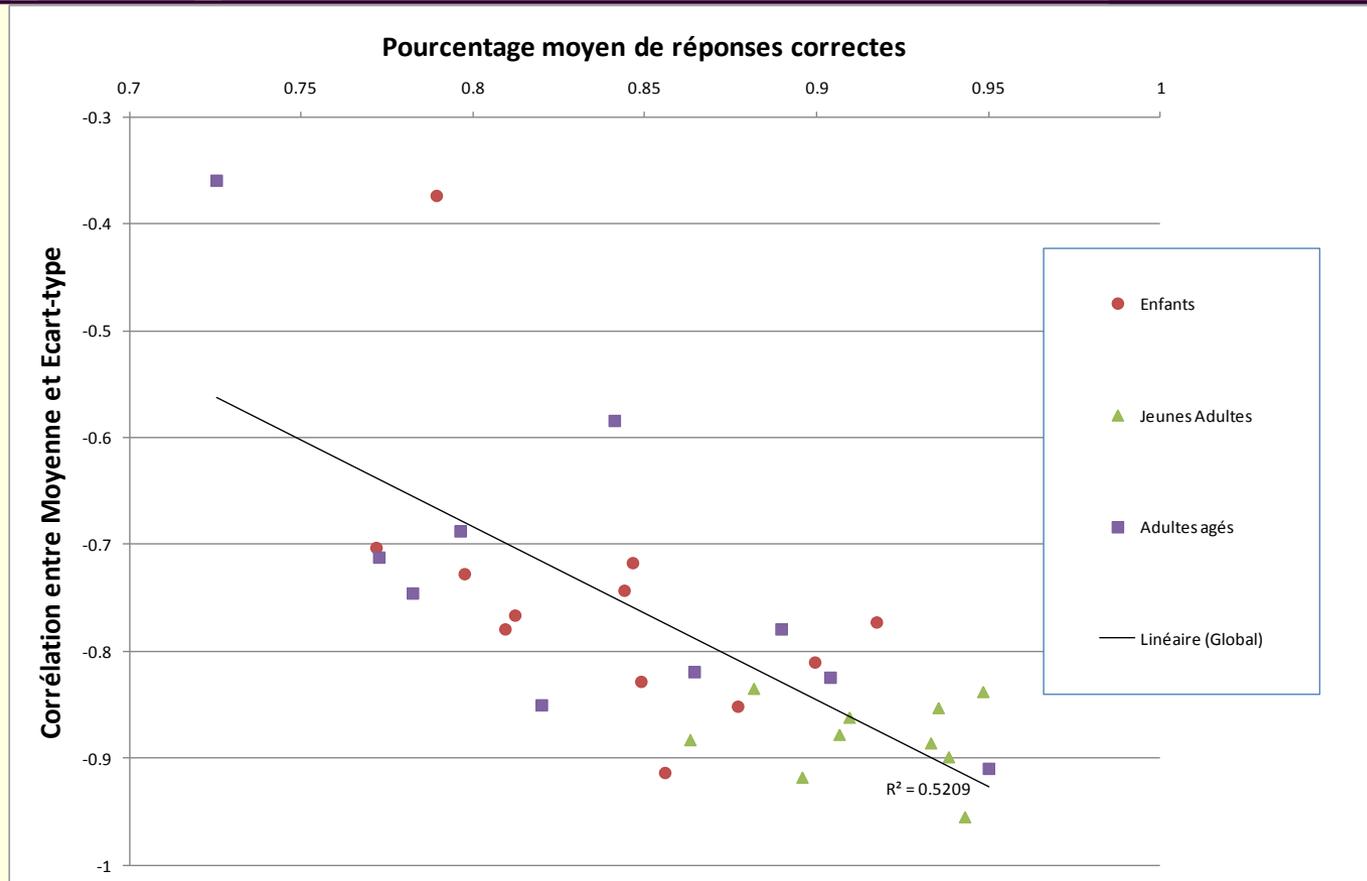
Lien entre niveau de difficulté de la tâche (moyenne du %BR sur le groupe) et magnitude de la corrélation observable entre performance et ET

1^{ère} conséquence (4): vérification empirique

- 3 catégories d'âge
 - 201 enfants (9-12 ans), 137 adultes jeunes (18-35 ans) et 122 adultes agés (≥ 60 ans)
- Tâche de Mémoire de Travail Visuo-Spatiale, 3 phases
 - Evaluation de l'empan
 - 10 items difficulté N
 - 10 items difficulté N+1
- 32 groupes (Age x Empan x Difficulté)
 - G1 : enfants, empan 2, N
 - G2 : enfants, empan 2, N+1
 - G3 : enfants, empan 3, N
 - ...



1^{ère} conséquence (5): vérification empirique



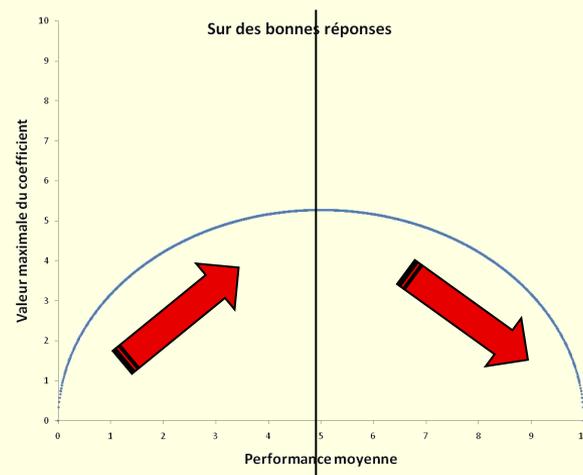
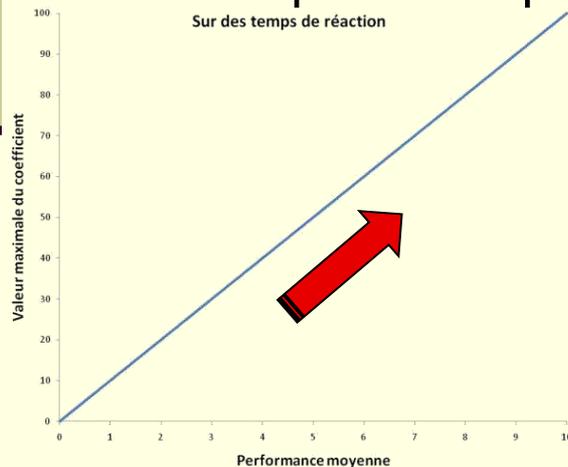
$R = -0.722^{**}$ → 52% de variance en commun entre performance moyenne au niveau du groupe et grandeur de la corrélation *moyenne x ET* observée sur le même groupe

1^{ère} conséquence (6): discussion

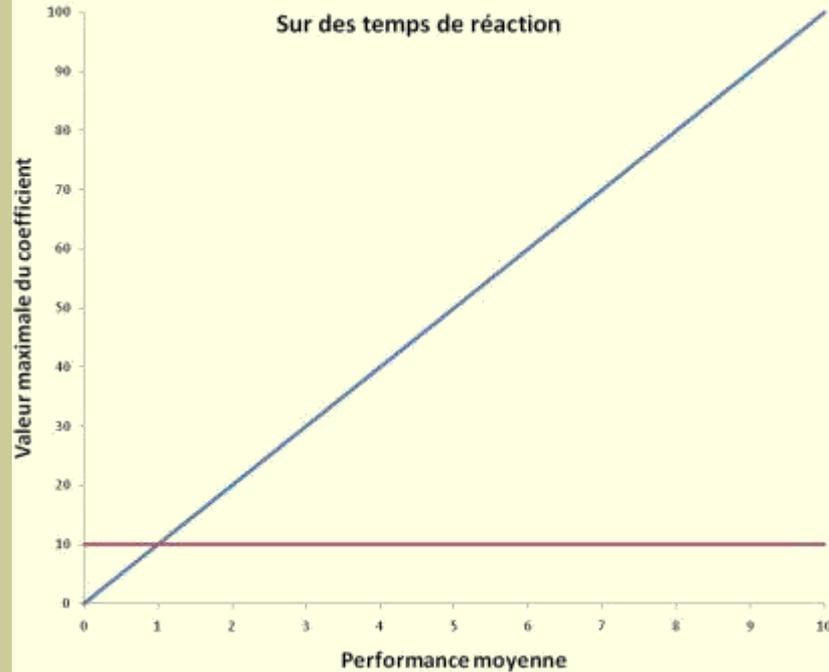
- La performance moyenne explique plus de 50% du lien observé entre Performance et ET
- Co-dépendance entre performance et ET sur les BR (aux extrêmes de l'espace de mesure) affecte les observations :
 - corrélations négatives peuvent être extrêmement élevées (>-.90 !!)
 - dépendance linéaire presque totale : source de variance quasi unique ? (performance & variabilité confondues)
- Se centrer sur la variabilité ne nous affranchis pas des contraintes psychométriques inhérentes aux évaluations de la performance moyenne
 - effets plancher/plafond

2^{ème} conséquence : biais de CV sur les BR

- Justification classique du CV
 - Corrélation entre temps de réaction moyen et ET
- Avec les ET
 - Postulat : ET croit avec la performance.
- Avec les BR
 - Pour une moyenne de BR >50%, c'est précisément l'inverse qui risque de se produire

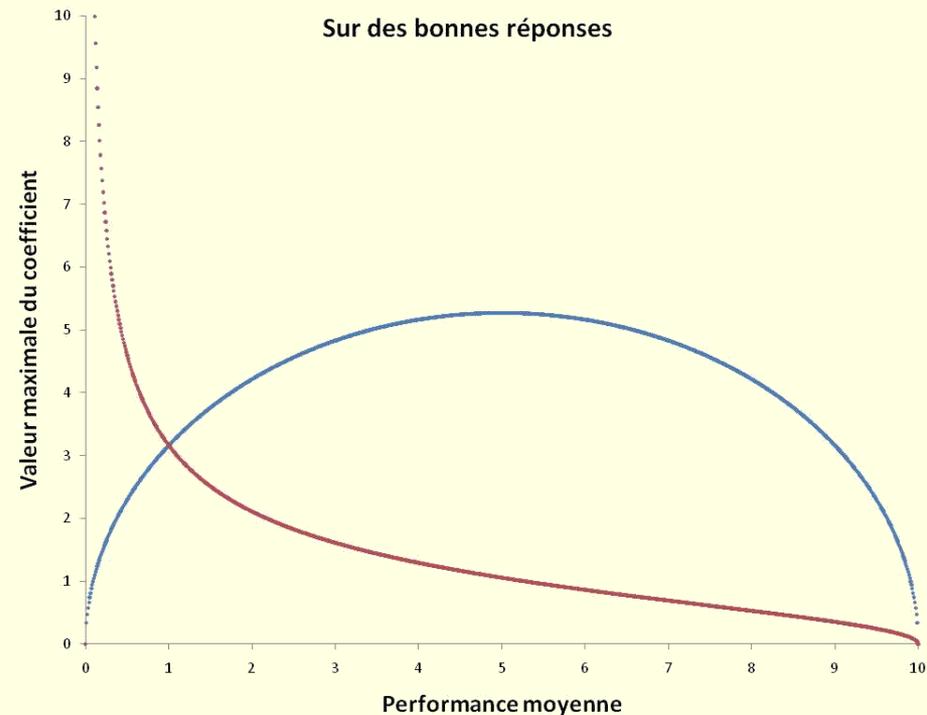


Valeurs possibles pour CV : TR et BR

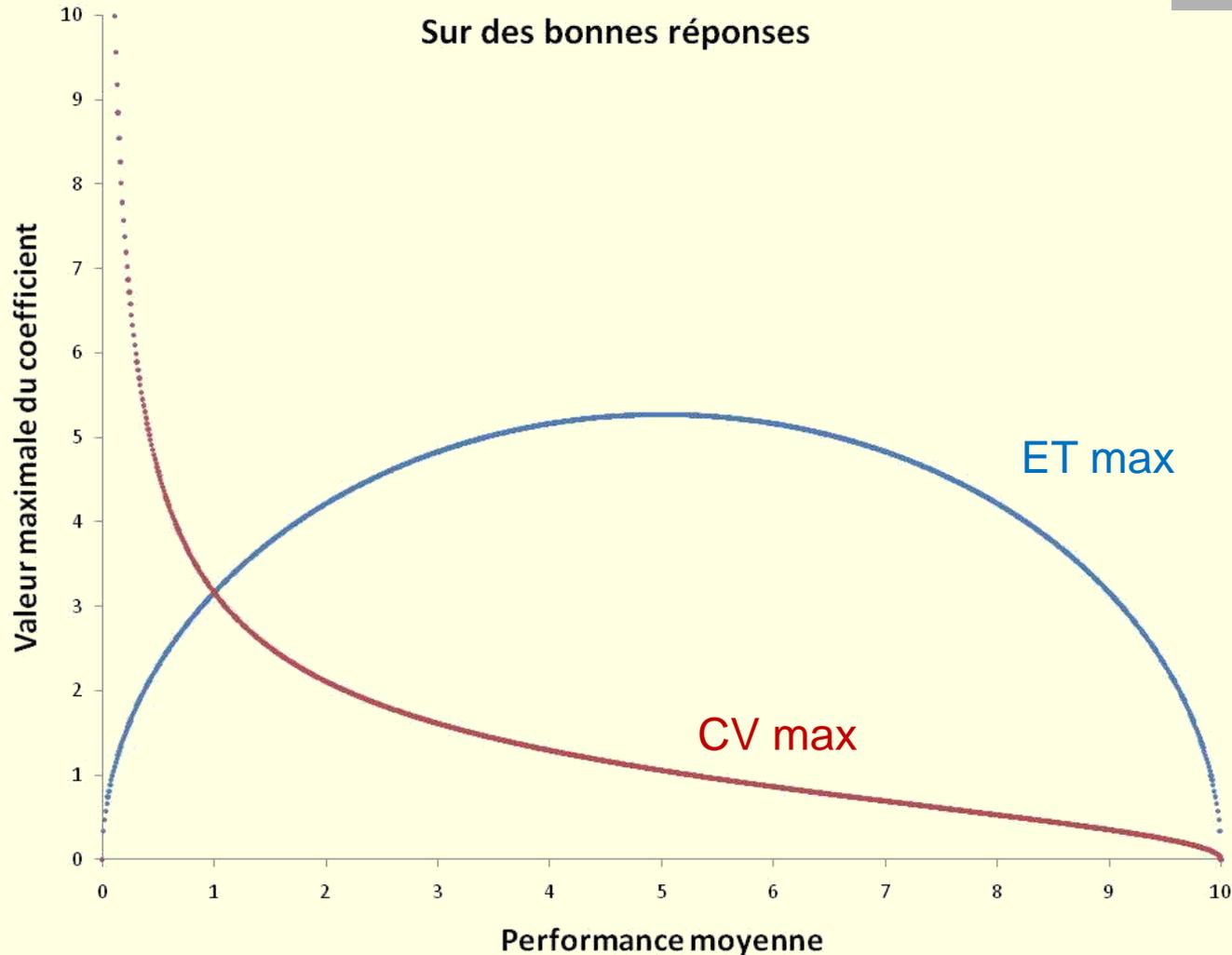


CV max

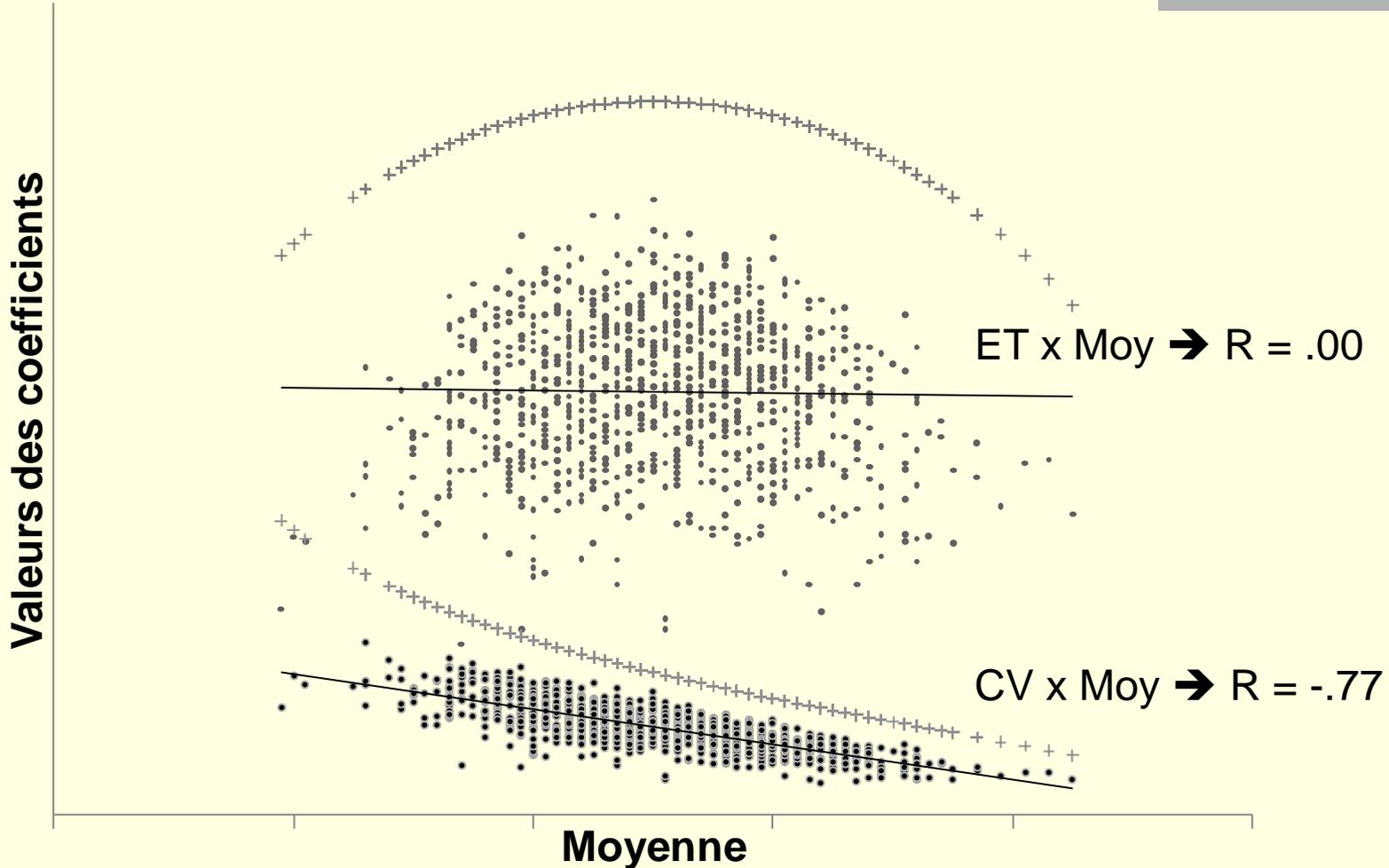
ET max



CV = «machine à fabriquer des corrélations négatives !?»

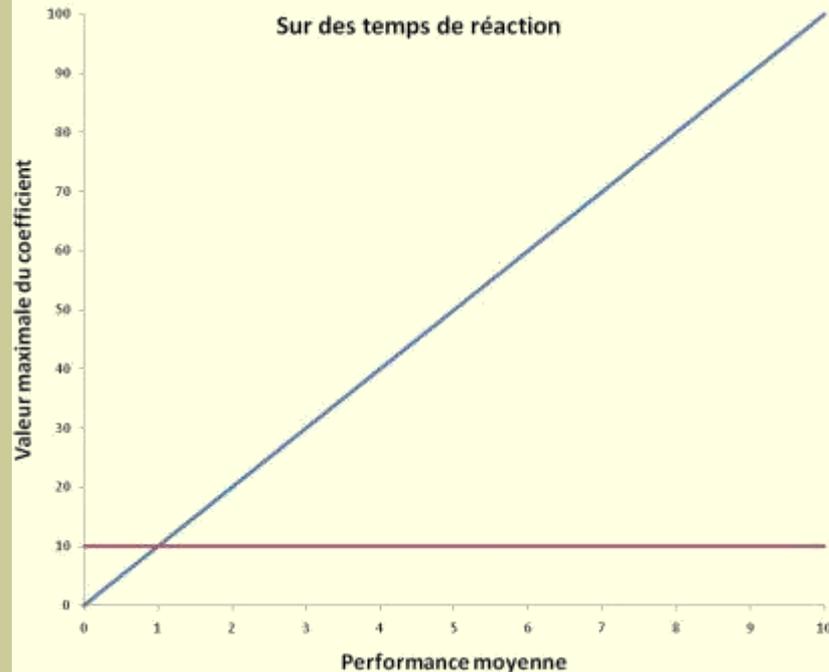


CV raconte-t-il invariablement (!) la même histoire ?



Simulation, 10 items de niveau 10, N = 10'000

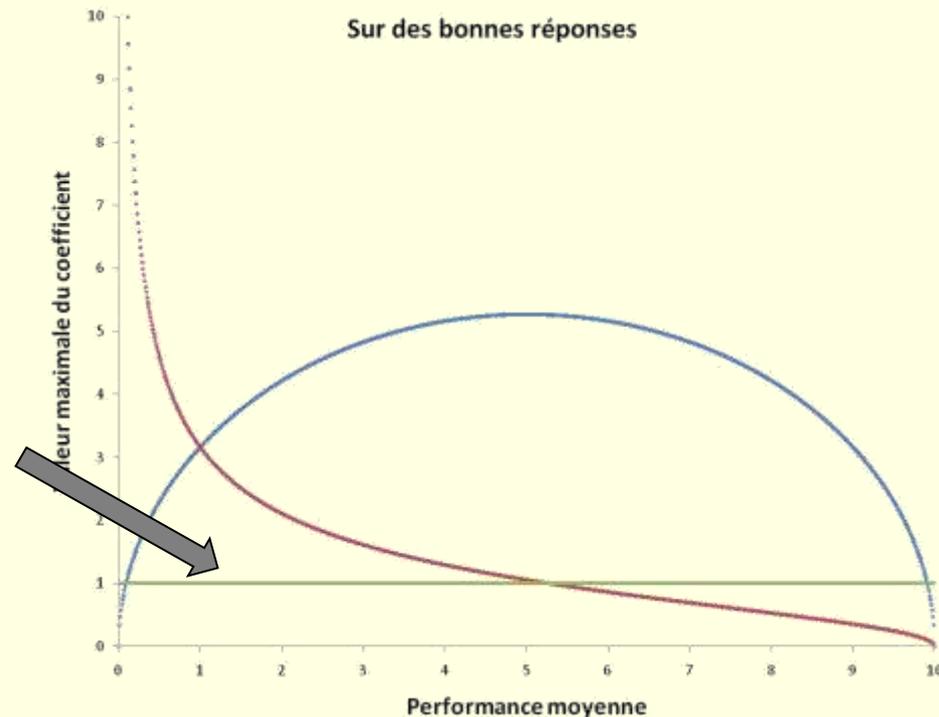
Peut-on construire un coefficient évoluant de la même manière ?



ET max

CV max

CV Corrigé

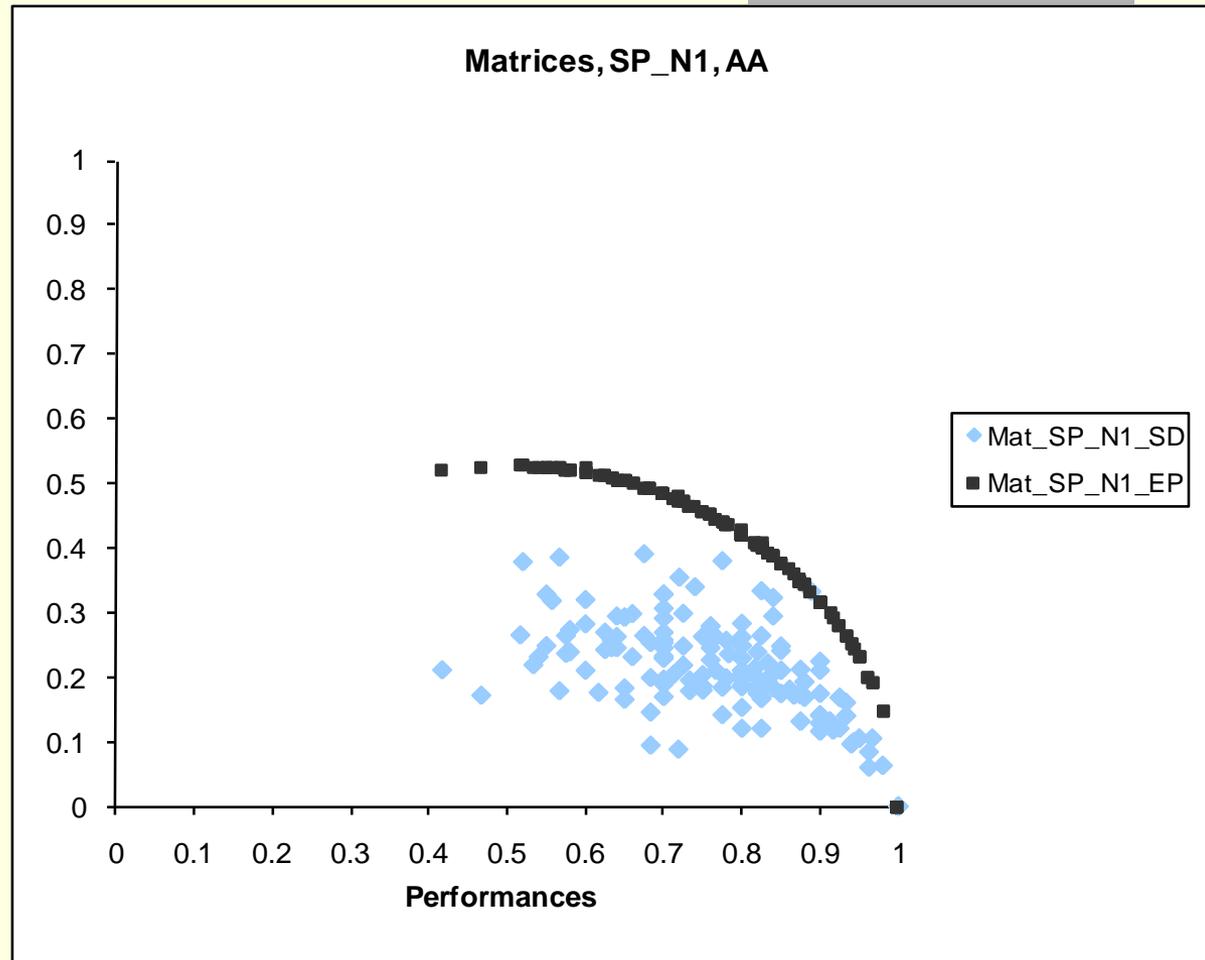


■ CV corrigé (CVC) :

- Calculer ET-Max en fonction de la moyenne
- Diviser ET par ET-Max (au lieu de diviser par la moyenne)

Exemple 1: matrices N+1, adultes âgés

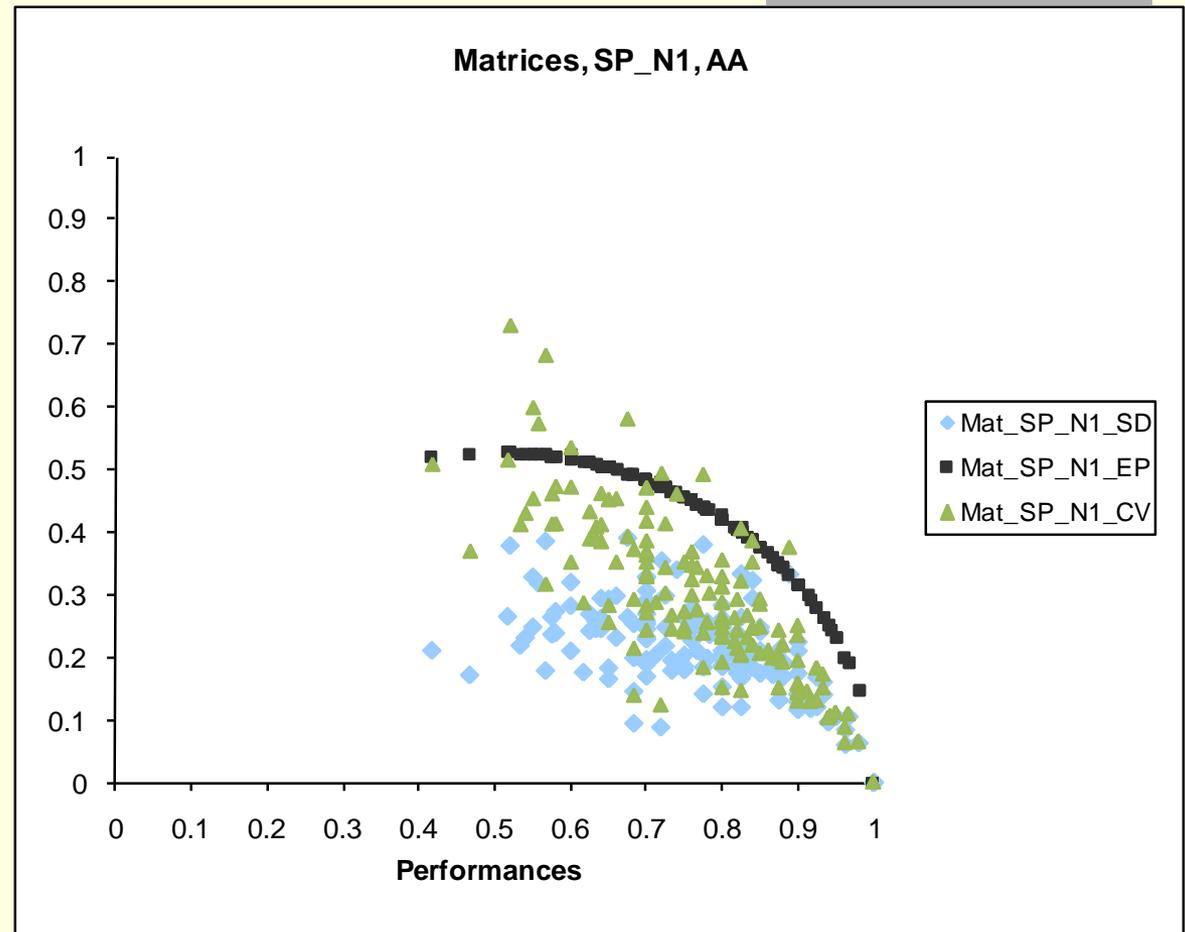
Corrélation Moyenne X ET
 $R = -.651$



Exemple 1: matrices N+1, adultes âgés

Corrélation Moyenne X ET
 $R = -.651$

Corrélation Moyenne X CV
 $R = -.818$



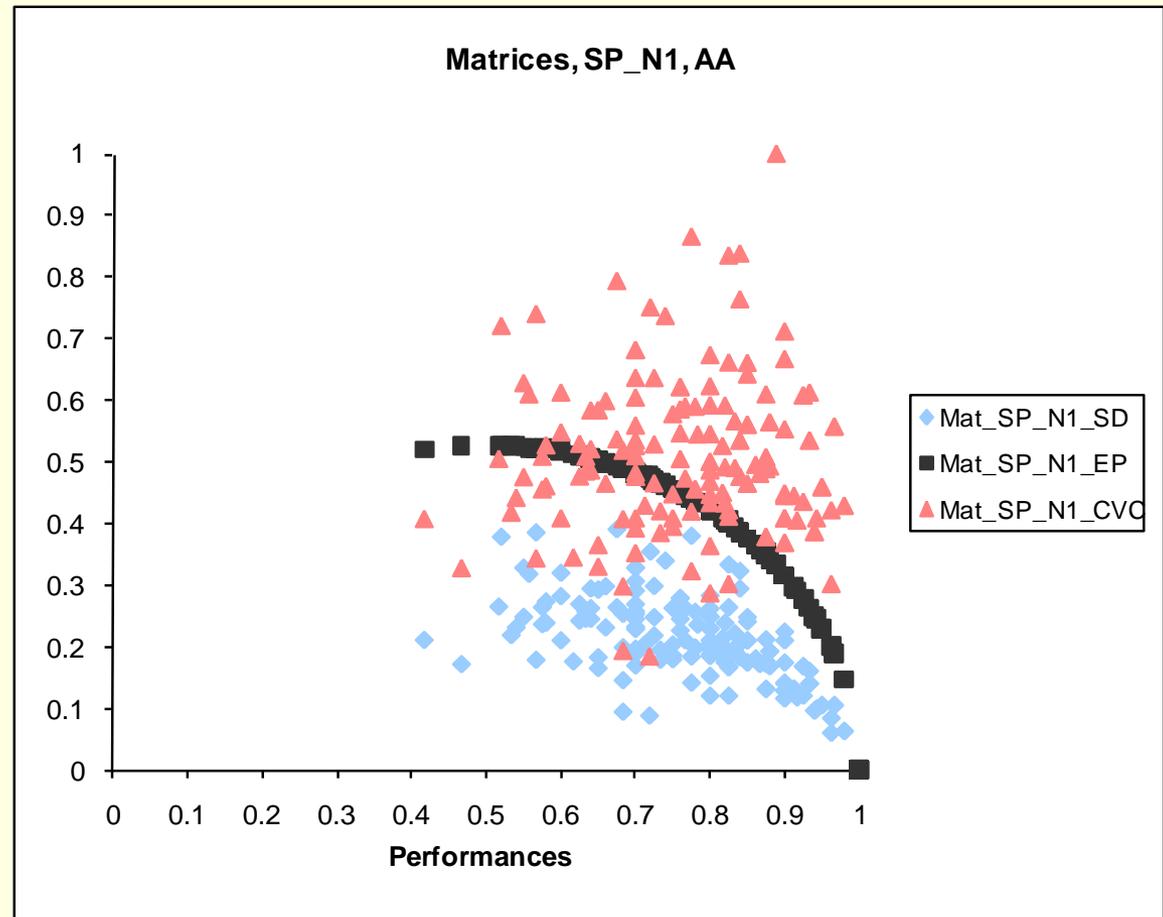
Exemple 1: matrices N+1, adultes âgés

Corrélation Moyenne X ET
R= -.651

Corrélation Moyenne X CV
R= -.818

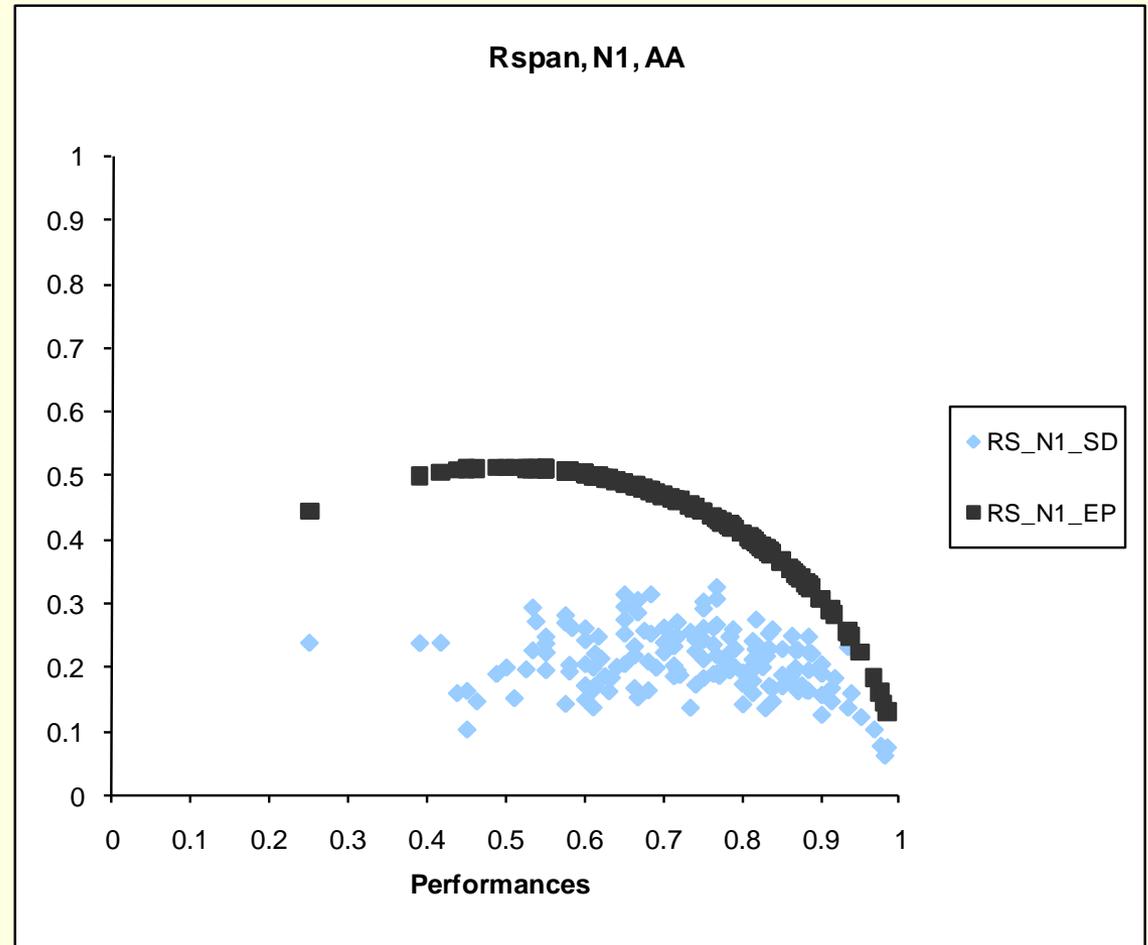
Corrélation Moyenne X CVC
R= .005

Corrélation ET X CVC
R= .767



Exemple 2: Rspan N+1, adultes âgés

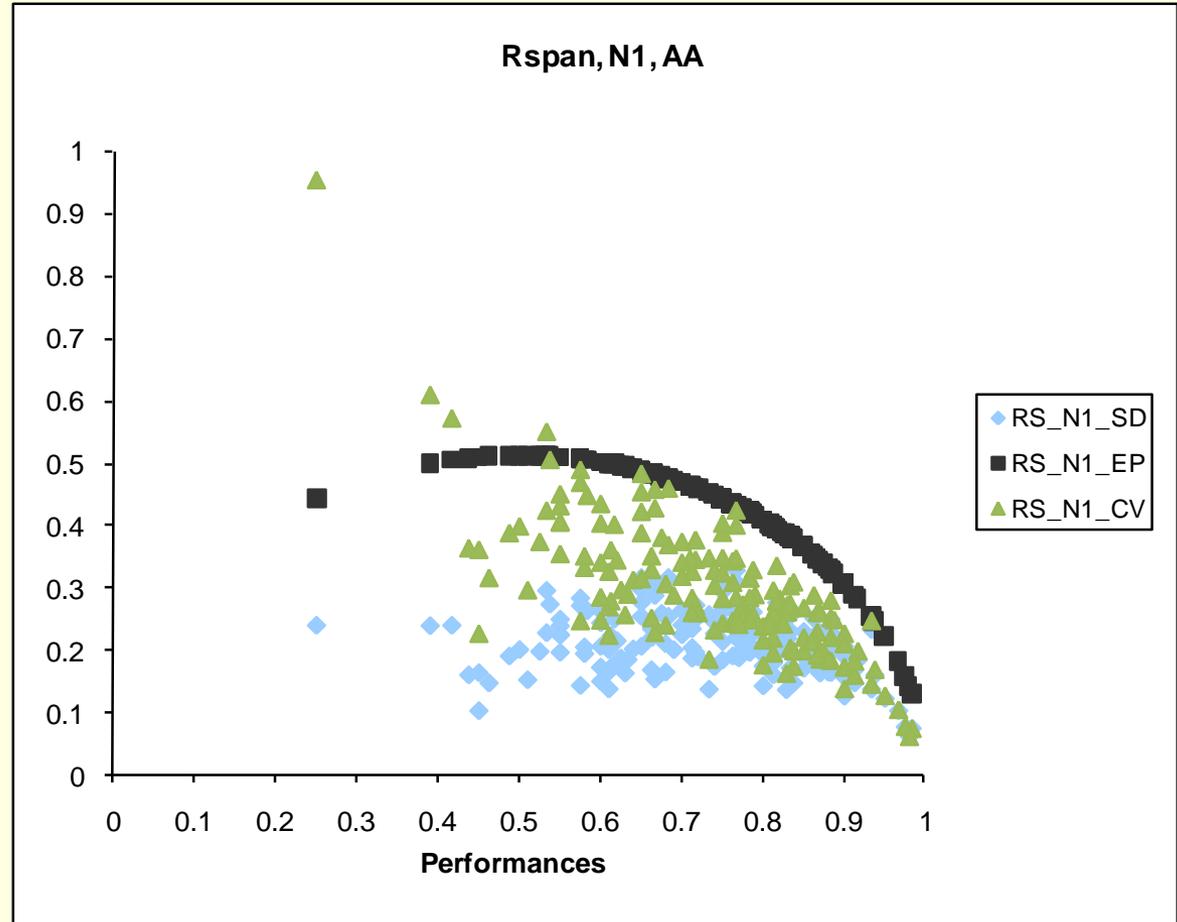
Corrélation Moyenne X ET
 $R = -.240$



Exemple 2: Rspan N+1, adultes âgés

Corrélation Moyenne X ET
 $R = -.240$

Corrélation Moyenne X CV
 $R = -.758$



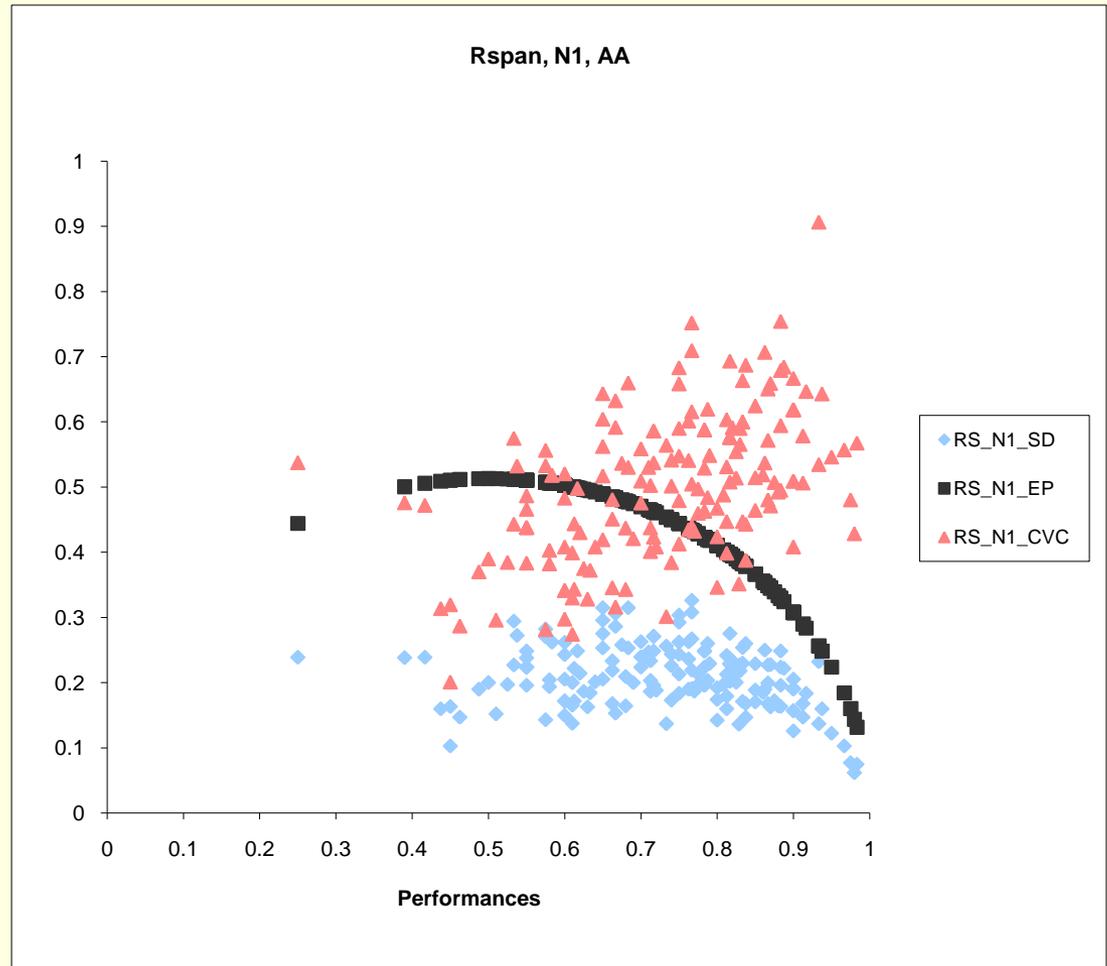
Exemple 2: Rspan N+1, adultes âgés

Corrélation Moyenne X ET
R= -.240

Corrélation Moyenne X CV
R= -.758

Corrélation Moyenne X CVC
R= .500

Corrélation ET X CVC
R= .602



Discussion

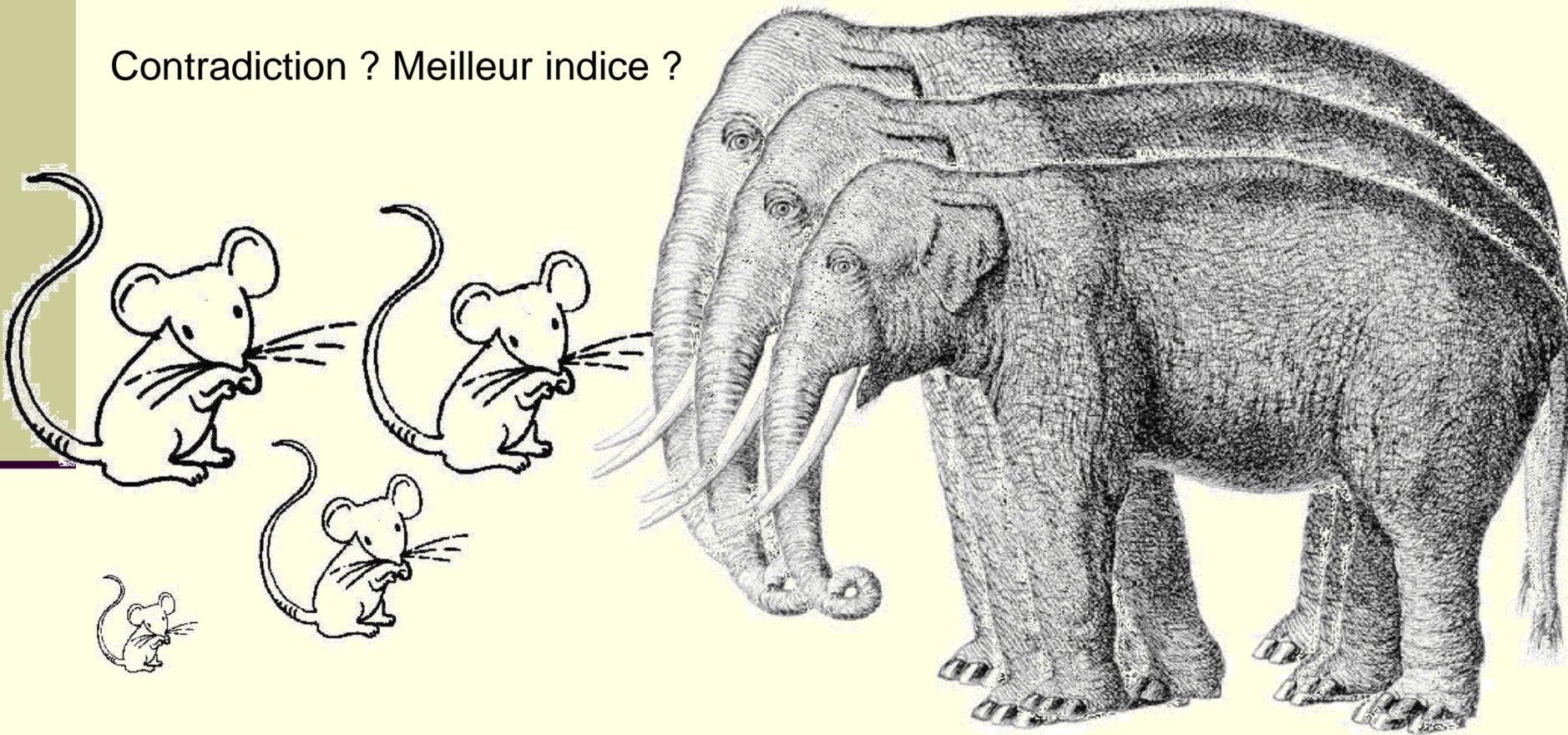
- Importance critique du niveau de difficulté de la tâche (simple vs difficile)
- Message clé : CV déconseillé avec les BR
- Que faire de CV-Corrigé ?
 - Nécessité d'une correction ?
- CV : que fait-on réellement ?
- Que faire des contradictions dans certains résultats ? (flashback MODEVAIIA #1)

Que fait-on réellement ? à partir de Lewontin (1966)

ET : les éléphants sont les plus variables !

CV : non, les souris sont les plus variables !

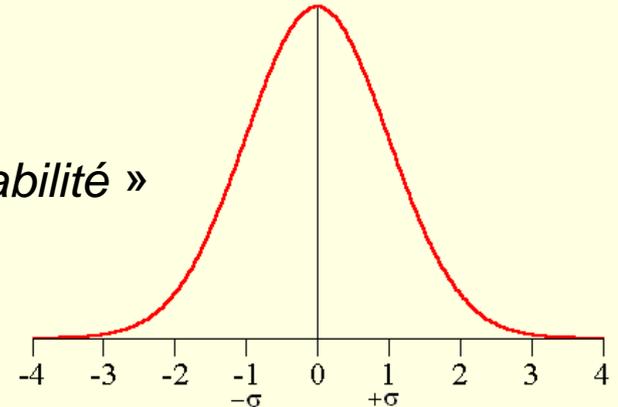
Contradiction ? Meilleur indice ?



Avec des TR

- Delphine
 - Moy = A, ET = B, CV = B/A
- Philippe → « 2x plus lent »
 - Moy = 2A, ET = 2B = 2B/2A = B/A
- ET : « *Philippe est plus variable* »
- CV: « *Philippe et Delphine ont la même variabilité* »

- Paolo
 - Moy = 500, ET = 50, CV = 0.10
- Christian
 - Moy = 350, ET = 45, CV = 0.13
- ET: 50 > 45 « *Paolo est plus variable que Christian* »
- CV: 0.10 < 0.13 « *Paolo est moins variable que Christian* »



Que fait-on réellement ?

■ Variabilité intraindividuelle

■ A) Absolue (p. ex ET)

■ B) Relative (p. ex CV)

- Ipsatisation des scores → «Profils individuels»
- Grandeur sans unité → %
- Perte d'information sur les différences absolues entre groupes
- Comparaison interindividuelle de «profils individuels» (variabilité inhérente, relative) sans référence à la variabilité absolue

Que fait-on réellement ?

- Variabilité intraindividuelle
 - A) Absolue (p. ex ET)
 - B) Relative (p. ex CV)

La contradiction n'en est pas une ! → Caractère pluriel de la notion de variabilité

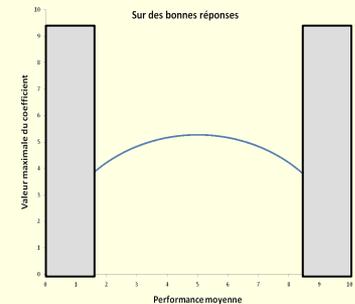
Axiomatique

- En arithmétique de Peano, axiomes d'égalité
 - $\forall x (x=x)$
 - $\forall x \forall y (x=y \rightarrow y=x)$
 - $\forall x \forall y \forall z (x=y \wedge y=z \rightarrow x=z)$
- Variabilité : « fluctuations de la performance »
- Opérationnalisation par des indices (ET, CV) et redéfinition « silencieuse » de la variabilité
 - CV : « *Delphine et Philippe ont la même variabilité* »
 - ET : « *Delphine et Philippe n'ont pas la même variabilité* »
 - Polysémie → classes d'équivalence différentes
- Contradictions si amalgame des 2 métriques (absolue & relative)
 - Pas de contradictions réelles puisque définitions différentes à la base
 - Résultats de portée différente

Conclusion générale

- Importance du niveau de difficulté de la tâche pour les BR

→ « Sweet-spot » vs effets plancher/plafond



- Abandon du CV pour les BR
 - CVC ?

- Notion de variabilité absolue & relative

Références

- de Ribaupierre, A., Ghisletta, P., Lecerf, T., Bürki, C., Dirk, J., Fagot, D., Fernandez, S., Neimer, J., & Robert, C. (2008). Inter and Intraindividual variability across the lifespan. Rapport final. Manuscrit non publié, 398p. Université de Genève.
- Golay, P., Fagot, D., & Lecerf, T. (accepté). *Intra-individual variability in accuracy scores: When biased coefficients always tell the same story*. 16th European Society for Cognitive Psychology Conference, Krakow.
- Golay, P., & Lecerf, T. (accepté). *Relationship between intraindividual variability and level of performance in visuospatial memory: the role of task difficulty*. 16th European Society for Cognitive Psychology Conference, Krakow.
- Golay, P., Fagot, D., & Lecerf, T. (article en préparation). *Measurement and interpretation of accuracy-based intra-individual variability : methodological issues*.
- Lewontin, R., C (1966). *On the measurement of relative variability*. Systematic Zoology, 15, 141-142.

Dias supplémentaires

Vers une taxonomie des indices

Distribution	Moyenne	Ecart-type	Coefficient de variation	Ex-Gaussienne			Weibull		
Paramètres	<i>Moy.</i>	<i>ET</i>	<i>CV</i>	<i>Mu</i> μ	<i>Sigma</i> σ	<i>Tau</i> τ	<i>Alpha</i> α	<i>Beta</i> β	<i>Gamma</i> γ
Caractéristique	tendance centrale	dispersion	dispersion	tendance centrale	dispersion	«queue» / taille absolue de la distribution à droite	«forme» / asymétrie	«échelle» / dispersion	localisation/ abscisse à l'origine
Si multiplication TR par une constante A	*A	*A	identité	*A	*A	*A	identité	*A	*A
Si addition TR d'une constante B	+B	identité	*(Moy/Moy+B)	+B	identité	identité	identité	identité	+B
Métrique	ABSOLUE	ABSOLUE	RELATIVE	ABSOLUE			HYBRIDE		

«Invariance d'échelle»