

# **Analyses de niveau individuel**

# Analyse de chaque série temporelle expérimentale: TR

## Stationnarité

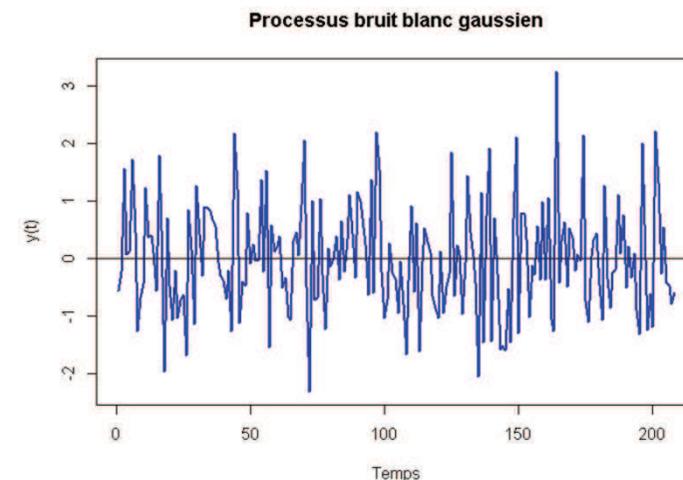
Chaque série individuelle  $\{y_1, \dots, y_T\}$  est un échantillon de réalisations particulières de  $T$  variables aléatoires d'un même processus temporel aléatoire  $Y_t$ ,  $t = 1, \dots, T$ .

Le processus est dit **stationnaire** (de second-ordre) si :

- a)  $\forall t \in \mathbb{Z}$ ,  $E(y_t) = \mu$  est indépendante de  $t$ ,
- b)  $\forall t \in \mathbb{Z}$ ,  $E(y_t^2)$  est finie,
- c)  $\forall (t, h) \in \mathbb{Z}^2$ , la fonction d'autocovariance  $\gamma_t(h) = \text{cov}(y_t, y_{t+h})$  est indépendante de  $t$ , ce qui implique  $\text{var}(y_t) = \gamma(0) = \sigma^2$  indépendante de  $t$ .

Processus **bruit blanc** (« sans mémoire ») :  
variables aléatoires non-corrélées  $\varepsilon_t$   
d'espérance nulle et de variance constante

$$\varepsilon_t \text{ i.i.d. } \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$



# Analyse de chaque série temporelle expérimentale: TR

## Stationnarité

→ Test de Dickey-Fuller ( $H_0$  : non-stationnarité)

Soit le processus  $y_t$ ,  $t \in \mathbb{Z}$ , satisfaisant la représentation AR(1) :

$$y_t = \rho y_{t-1} + \varepsilon_t,$$

avec  $\varepsilon_t$  *i.i.d.*  $\sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$  et  $\rho \in \mathbb{R}$ .

$H_0 : \rho = 1$  (non stationnarité i.e., marche aléatoire).

$H_a : |\rho| < 1$ .

## Résultats

Les variables  $Y_1, Y_2, \dots, Y_t$  peuvent être représentées par au moins un processus stochastique indépendant du temps pour 67 participants.

$H_0$  ne peut être rejetée pour  $S_{11}$  ( $p=0.075$ ) et  $S_{28}$  ( $p=0.066$ ).

# Analyse des Temps de Réponse

## Dépendance sérielle

(Conséquence du) théorème de Wold : n'importe quelle série stationnaire peut être représentée par une somme pondérée finie de chocs passés.

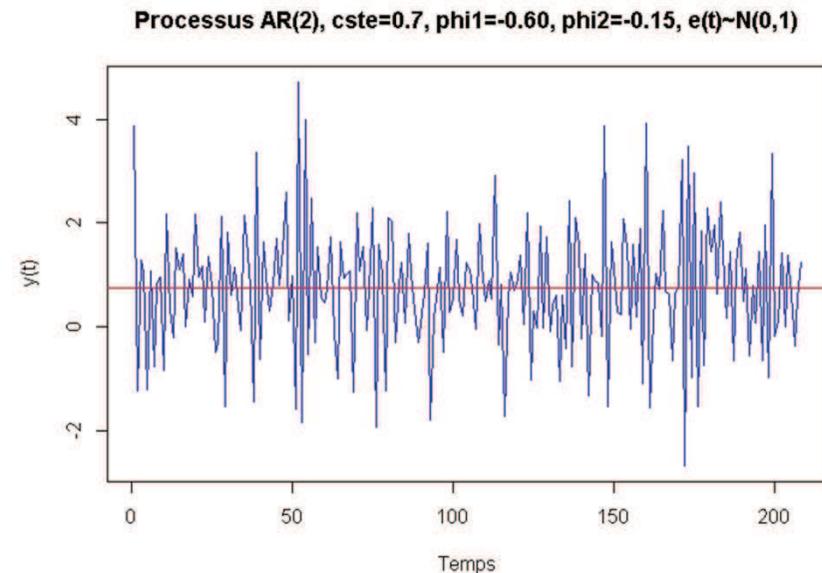
## Processus AR : composante autorégressive d'ordre fini

$$\text{AR}(1) : \varepsilon_t = \phi \varepsilon_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2)$$

$$\rho_1 = \phi, \quad \rho_s = \phi^s$$

Exemple: processus AR(2)

$$y_t = 0.7 - 0.6y_{t-1} - 0.15y_{t-2} + v_t$$



# Analyse des Temps de Réponse

## Dépendance sérielle

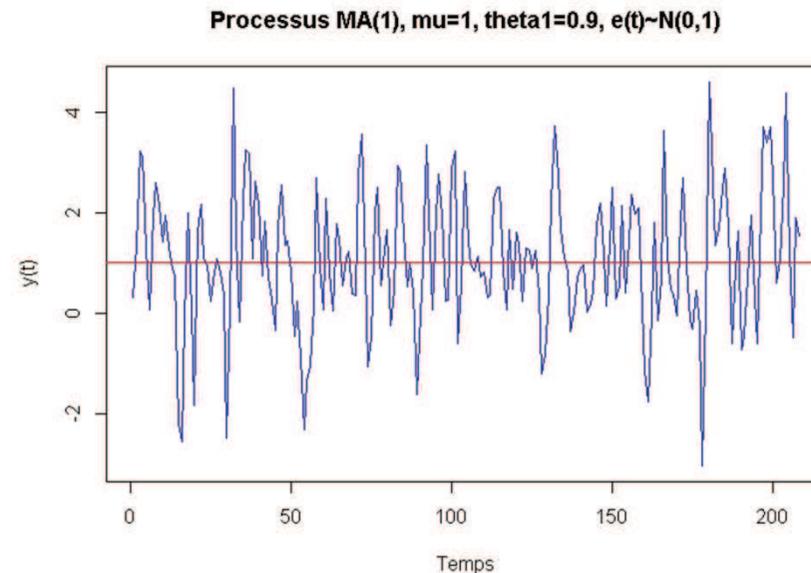
(Conséquence du) théorème de Wold : n'importe quelle série stationnaire peut être représentée par une somme pondérée finie de chocs passés.

### Processus MA : composante moyenne mobile d'ordre fini

$$\text{MA}(1) : \varepsilon_t = v_t + \theta v_{t-1}$$

Exemple: processus MA(1)

$$y_t = 1 + v_t + 0.9v_{t-1}$$



# Analyse des Temps de Réponse

## Dépendance sérielle

(Conséquence du) théorème de Wold : n'importe quelle série stationnaire peut être représentée par une somme pondérée finie de chocs passés.

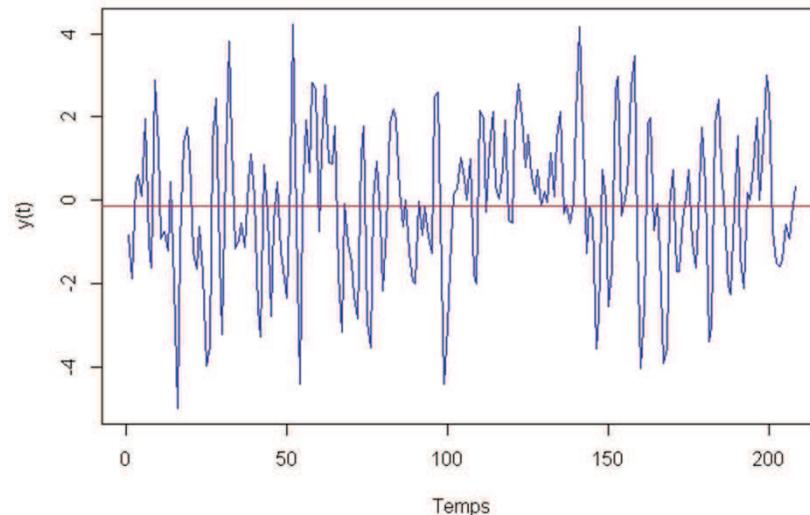
## Processus ARMA : autorégression + moyenne mobile

$$\text{ARMA}(1,1) : \varepsilon_t = \phi\varepsilon_{t-1} + v_t + \theta v_{t-1}$$

Exemple: processus ARMA(3,1)

$$y_t = 2 - 0.5y_{t-1} + 0.25y_{t-3} + v_t - 0.5v_{t-1} :$$

ARMA(3,1), cste=0.5, phi1=-0.50, phi2=0.25, theta1=-0.5, e(t)~N(0,1)



# Analyse des Temps de Réponse

## Dépendance sérielle

### → Test de Durbin-Watson

Si les résidus  $\{\varepsilon_t, t \in \mathbb{Z}\}$  obéissent à un bruit blanc, il ne doit pas exister d'autocorrélation dans la série.

Régression OLS et test de l'autocorrélation d'ordre 1 (test de Durbin Watson).

$$d_s = \frac{\sum_{t=s+1}^n (e_t - e_{t-s})^2}{\sum_{t=s+1}^n e_i^2}$$

Sous  $H_0$  (autocorrélation nulle),  $d$  est proche de 2.

# Analyse des Temps de Réponse

## Moindres carrés généralisés (GLS)

En présence d'erreurs autocorrélées et/ou hétéroscédastiques, les MCO ne peuvent être employés.

$$V_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \sigma_{\varepsilon}^2 & & & \\ 0 & \sigma_{\varepsilon}^2 & & \\ \dots & \dots & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{\varepsilon}^2 \end{pmatrix} \rightarrow V_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ \varepsilon_{21} & \sigma_2^2 & & \\ \dots & \dots & \dots & \\ \varepsilon_{T1} & \varepsilon_{T2} & \dots & \sigma_T^2 \end{pmatrix}$$

## Estimation par les moindres carrés généralisés

Par exemple, avec une autocorrélation des erreurs d'ordre 1 (AR(1)), le modèle linéaire s'écrit :

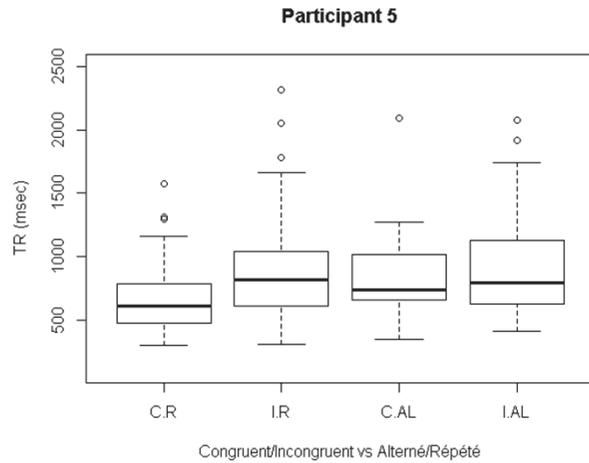
$$y_t = X_t \beta + \varepsilon_t,$$

$$\text{avec } \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + v_t,$$

$$|\rho| < 1, v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \text{ et } \text{cov}(v_t, v_{t+h}) = 0.$$

# Analyse des Temps de Réponse

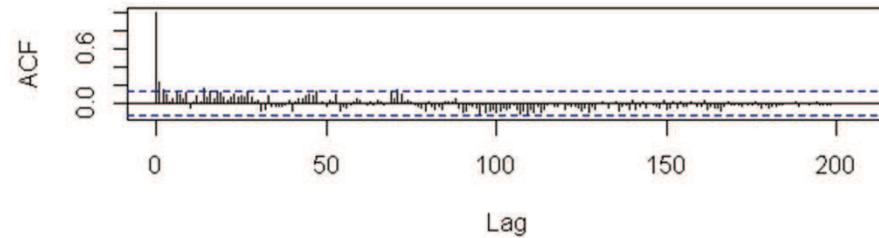
## GLS (nlme) : participant 5



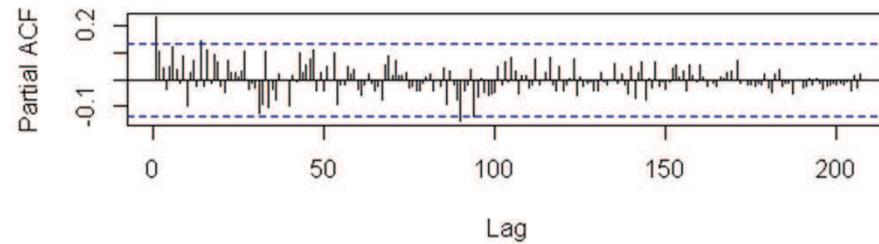
Dickey-Fuller = -4.8361, Lag order = 5, p-value = 0.01

Durbin-Watson test: DW = 1.5118, p-value = 0.0002204

**Autocorrélations résiduelles**



**Autocorrélations résiduelles partielles**



# Analyse des Temps de Réponse

## GLS (nlme) : participant 5

1) Structure de corrélation des erreurs - Comparaison des modèles ARMA suivants :

	p q	sbc
ltr~1	1 0	<b>-362.3093</b>
ltr~1	0 0	-357.0667
ltr~1	2 0	-356.4565
ltr~1	3 0	-350.3522
ltr~1	4 0	-344.7611

2) Estimation des coefficients structurels avec la structure ARMA identifiée en 1).

ltr~1	BIC = 236.8575
ltr~1+ci	BIC = 232.8744
ltr~1+ral	BIC = 234.5934
ltr~1+ci+ral	BIC = <b>230.6602</b>
ltr~1+ci+ral+ci:ral	BIC = 232.562

# Analyse des Temps de Réponse

## GLS (nlme) : participant 5

Log(TR) ~ 1+ci+ral

Ordinary least squares

AIC	BIC	logLik
223.6117	<b>236.9619</b>	-107.8059 (df=4)

Coefficients:

	value	Std.Error	t-value	Pr(> t )
(Intercept)	6.45626	0.04446	145.231	< 2e-16
ciI	0.18890	0.05677	3.328	0.00104
ralAL	0.14368	0.06028	2.383	0.01806

Log(TR) ~ 1+ci+ral

Generalized least squares fit by ML

AIC	BIC	logLik
213.9726	230.6602	-101.9863

Correlation Structure: AR(1)

Formula: ~1

Parameter estimate(s):

Phi

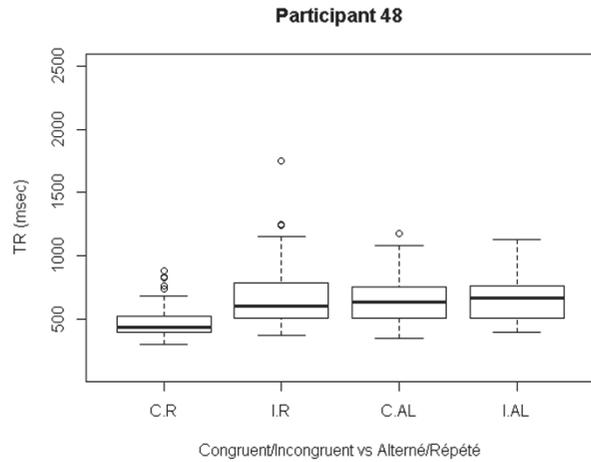
0.2351109

Coefficients:

	Value	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	6.462724	0.04907189	131.69909	0.0000
ciI	0.178493	0.05821600	3.06604	0.0025
ralAL	0.143017	0.05168577	2.76704	0.0062

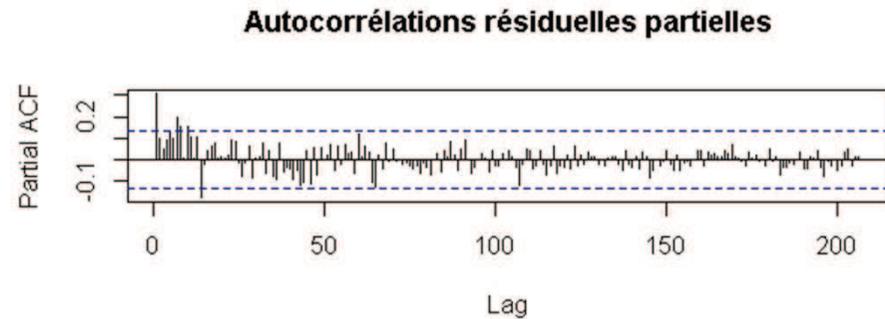
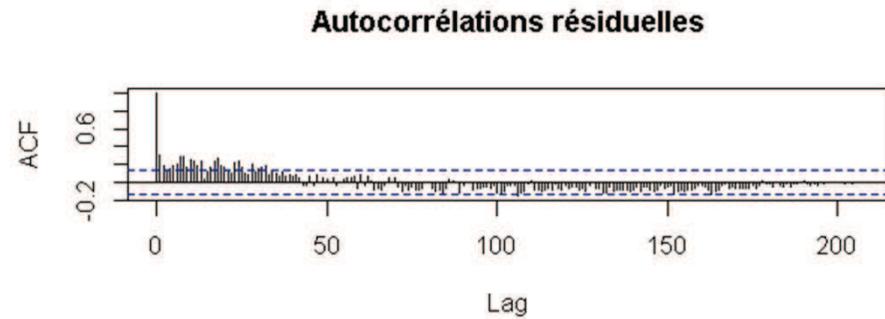
# Analyse des Temps de Réponse

GLS (nlme) : participant 48



Dickey-Fuller = -4.608, Lag order = 5, p-value = 0.01

Durbin-Watson test: DW = 1.3625, p-value = 2.23e-06



# Analyse des Temps de Réponse

## GLS (nlme) : participant 48

Log(TR) ~ 1+ci+ral+ci:ral

Ordinary least squares

AIC	BIC	logLik
94.39982	<b>111.0875</b>	-42.19991 (df=5)

Coefficients:

	value	Std.Error	t-value	Pr(> t )
(Intercept)	6.12308	0.03552	172.388	< 2e-16
ciI	0.32848	0.05078	6.468	7.20e-10
ralAL	0.32424	0.06242	5.195	4.96e-07
ciI:ralAL	-0.32073	0.08816	-3.638	0.000348

Log(TR) ~ 1+ci+ral+ci:ral

Generalized least squares fit by ML

AIC	BIC	logLik
57.90436	84.60466	-20.95218

Correlation Structure: ARMA(2,1)

Formula: ~1

Parameter estimate(s):

Phi1	Phi2	Theta1
1.1068275	-0.1147435	-0.9311400

Coefficients:

	Value	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	6.158753	0.11952561	51.52664	0e+00
ciI	0.333931	0.04698766	7.10678	0e+00
ralAL	0.325652	0.05349052	6.08804	0e+00
ciI:ralAL	-0.315635	0.07837832	-4.02707	1e-04

# Analyse des Temps de Réponse

## GLM (nlme) : participant 18

Log(TR) ~ 1+ci

Ordinary least squares

AIC	BIC	logLik
40.09535	<b>50.10796</b>	-17.04767 (df=3)

Coefficients:

	value	Std.Error	t-value	Pr(> t )
(Intercept)	6.43484	0.02575	249.849	<2e-16
ciI	0.34354	0.03660	9.386	<2e-16

Log(TR) ~ 1+ci

Generalized least squares fit by ML

AIC	BIC	logLik
-20.02201	-6.671861	14.01101

Correlation Structure: ARMA(5,0)

Formula: ~1

Parameter estimate(s):

Phi1	Phi2	Phi3	Phi4	Phi5
0.5019	0.0345	-0.0712	-0.0449	0.1885

Coefficients:

	Value	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	6.445134	0.04299403	149.90767	0
ciI	0.321832	0.03691752	8.71759	0

# Analyse des Temps de Réponse

## GLM (nlme) : participant 58

Log(TR) ~ 1

Ordinary least squares

AIC	BIC	logLik
174.1901	<b>180.8651</b>	-85.09503 (df=2)

Coefficients:

	value	Std.Error	t-value	Pr(> t )
(Intercept)	6.90582	0.02532	272.7	<2e-16

Log(TR) ~ 1

Generalized least squares fit by ML

AIC	BIC	logLik
170.5718	180.5845	-82.28592

Correlation Structure: AR(1)

Formula: ~1

Parameter estimate(s):

Phi

0.1633852

Coefficients:

	Value	Std.Error	t-value	p-value
(Intercept)	6.905264	0.02982811	231.5019	0

# Analyse de la précision des réponses

## Modèle GLARMA (*Generalized Linear Autoregressive Moving Average*)

$Y_t$ , réponse binaire au temps  $t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ ;  $X_t$ , vecteur de covariables dont l'effet est décrit par le vecteur de paramètres  $\beta$ .

Soit  $F_{t-1}$  l'information contenue dans les réponses binaires passées et  $\pi_t$  la probabilité de  $Y_t$  conditionnellement à  $F_{t-1}$  :

$$\pi_t = P(Y_t = 1 | F_{t-1}).$$

On suppose que le processus d'état  $\pi_t$  est linéaire dans ses prédicteurs et que les résidus ont une structure de corrélation ARMA.

$$W_t = \text{logit}(\pi_t) = X_t^T \beta + Z_t$$
$$Z_t = \sum_{i=1}^p \phi_i (Z_{t-i} + e_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \theta_i e_{t-i}$$

avec  $e_t = \frac{Y_t - \pi_t}{\sqrt{\pi_t(1 - \pi_t)}}$  (résidus de Pearson).

Note – Les  $e_t$  (« résidus prédictifs ») et les  $Z_t$  sont des fonctions des paramètres  $\beta, \phi$  et  $\theta$  et sont donc calculés à chaque itération au cours de l'optimisation du log-vraisemblance.

# Analyse de la précision des réponses

## GLARMA : participant 5

1) Structure de corrélation des erreurs - Comparaison des modèles suivants :

pr~1, AR(1)	AIC = 119.6465
pr~1, AR(2)	AIC = 120.7464
pr~1, AR(3)	AIC = 121.944
pr~1, MA(1)	AIC = <b>117.5413</b>
pr~1, MA(2)	AIC = 118.0221
pr~1, MA(3)	AIC = 118.3721

2) Estimation des coefficients structurels avec la structure AR ou MA identifiée en 1).

pr~1	AIC = 117.5413
pr~1+ci	AIC = 118.9646
pr~1+ral	AIC = 114.2532
pr~1+ci+ral	AIC = 115.5313
pr~1+ci+ral+ci:ral	AIC = <b>112.3576</b>

# Analyse de la précision des réponses

## GLARMA : participant 25

Pr ~ 1+ci

GLM  
AIC: 113.13

Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z value	Pr(> z )
1	3.5264	0.5858	6.02	1.74e-09 ***
ci	-1.6768	0.6525	-2.57	0.0102 *

Pr ~ 1+ci

GLARMA : AR(3)  
AIC: 104.533

Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )
phi_3	-0.75064	0.07895	-9.508	<2e-16 ***

Linear Model Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )
1	4.5140	0.8464	5.333	9.66e-08 ***
ci	-2.4744	1.0778	-2.296	0.0217 *

LRT and Wald Test:

Alternative hypothesis: model is a GLARMA process

Null hypothesis: model is a GLM with the same regression structure

	Statistic	p-value
LR Test	10.6	0.00113 **
Wald Test	90.4	< 2e-16 ***

# Analyse de la précision des réponses

## GLARMA : participant 5

Pr ~ 1+ci+ral+ci:ral

GLM  
AIC: 124.64

Coefficients

	Estimate	Std.Error	z	value	Pr(> z )
1	3.5410	0.7173	4.937	7.95e-07***	
ci	-1.3760	0.8208	-1.676	0.0937 .	
ral	-1.5261	0.8932	-1.709	0.0875 .	
ci:ral	1.1529	1.0911	1.057	0.2907	

Pr ~ 1+ci+ral+ci:ral

GLARMA : MA(1)  
AIC: 112.3576

Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )
theta_1	0.7003	0.1833	3.82	0.000133 ***

Linear Model Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )
1	4.5279	0.9557	4.738	2.16e-06 ***
ci	-2.1378	1.0760	-1.987	0.0469 *
ral	-2.7580	1.0057	-2.742	0.0061 **
Ci:ral	2.4804	1.2058	2.057	0.0397 *

LRT and Wald Test:

Alternative hypothesis: model is a GLARMA process  
Null hypothesis: model is a GLM with the same regression structure

	Statistic	p-value
LR Test	14.29	0.000157 ***
Wald Test	14.59	0.000133 ***

# Analyse de la précision des réponses

## GLARMA : participant 25

Pr ~ 1+ral

GLM  
AIC: 81,663

Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z value	Pr(> z )	
1	4.248	1.007	4.218	2.46e-05	***
ci	-0.752	1.237	-0.608	0.5431	
ral	-2.234	1.139	-1.961	0.0499	*
ci:ral	1.104	1.476	0.748	0.4543	

Pr ~ 1+ral

GLARMA : MA(1)  
AIC: 79.10

Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )	
theta_1	0.6781	0.1503	4.513	6.4e-06	***

Linear Model Coefficients:

	Estimate	Std.Error	z-ratio	Pr(> z )	
1	4.3814	1.0451	4.192	2.76e-05	***
ci	-0.9786	1.2480	-0.784	0.4329	
ral	-2.2670	1.1184	-2.027	0.0427	*
inter	1.3564	1.3789	0.984	0.3253	

LRT and Wald Test:

Alternative hypothesis: model is a GLARMA process

Null hypothesis: model is a GLM with the same regression structure

	Statistic	p-value	
LR Test	4.561	0.03272	*
Wald Test	7.090	0.00775	**

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## Résultats d'ensemble

→  $N = 67$  : exclusion de 2 participants ( $S_{29}$  : 49% de réussite et  $S_{68}$  : 54,8% de réussite).

Effet	Précision			TR (bonnes réponses)		
	I-C	AL-R	Interaction	I-C	AL-R	Interaction
N_Présent	21	15	4	58	34	20
N_Absent	46	52	63	9	33	47

**Rappel:** modèles populationnels retenus

$$pr \sim 1+ci+ral+ci:ral+(1+ci | id)$$

$$\log(tr\_br) \sim 1+ci+ral+ci:ral+(1+ci+ral+ci:ral | id)$$

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## Résultats

→  $N = 67$  : exclusion de 2 participants ( $S_{29}$  : 49% de réussite et  $S_{68}$  : 54,8% de réussite).

1<sup>er</sup> niveau de classification : présence (vs absence) d'un effet d'interférence significatif sur la précision ( $Pr.C > Pr.I$ ).

- 21 participants (1 participant pour lequel  $Pr.I > Pr.C$ ).
- Présence chez 9 de ces participants d'un effet d'alternance sur la précision ( $Pr.R > Pr.AL$ ) et chez 4 d'un effet d'interaction.
- Présence chez 20 participants d'un effet d'interférence, chez 14 d'un effet d'alternance et chez 9 d'un effet d'interaction sur les TR (bonnes réponses).

**Groupe 1** :  $N_1=21$ , âge moyen : 73,52; TR moyen : 1090 msec. ; précision moyenne : 88%.

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## Résultats

→  $N = 46$  ( $N - N_0 - N_1$ ) : pas d'effet d'interférence ni d'alternance sur la précision.

2<sup>nd</sup> niveau de classification : présence (vs absence) d'effets d'interférence et d'alternance sur les TR.

- 20 participants chez qui sont observés des effets d'interférence et d'alternance sur les TR (bonnes réponses).
- 11 participants chez qui sont observés un effet d'interaction sur les TR.

**Groupe 2** :  $N_2=20$ , âge moyen : 69,30; TR moyen : 924 msec. ; précision moyenne : 96%.

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## Résultats

→  $N = 26$  ( $N - N_0 - N_1 - N_2$ ) : pas d'effet d'interférence ni d'effet d'alternance sur la précision, pas d'effet d'alternance sur les TR.

3<sup>ème</sup> niveau de classification : présence (vs absence) d'effet d'interférence sur les TR.

- 19 participants chez qui est observé un effet d'interférence sur les TR (bonnes réponses).

**Groupe 3** :  $N_3=19$ , âge moyen : 67,32 ; mmse = 29,47; TR moyen : 890 msec. ; précision moyenne : 97%.

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## Résultats

→  $N = 7$  ( $N - N_0 - N_1 - N_2 - N_3$ ) : pas d'effet d'interférence ni d'effet d'alternance sur la précision, pas d'effet d'alternance ni d'interférence sur les TR.

**Groupe 4** :  $N_4=7$ , âge moyen : 67,71 ; mmse moyen : 28,28 ; TR moyen : 1039 msec. ; précision moyenne : 93%.

# Classification des individus sur la base des résultats des analyses individuelles

## En résumé

Groupe	prCI / prRAL / ltrCI / ltrRAL	N	âge	mmse	TR	PR
1	1111 et 1011	21	73,52	28,71	1090	0,88
2	0011	20	69,30	28,70	924	0,96
3	0010	19	67,32	29,47	890	0,97
4	0000	7	67,71	28,29	1039	0,93

1: présence de l'effet, 0 absence de l'effet

# Tableau croisé des deux classifications

Une convergence relative...

		Dégrouperment		
		1 (+)	2 (-)	Total
Regrouperment	1 (- -)	4	17	21
	2 (+)	9	11	20
	(+ +)	12	7	19
	4 (-)	5	2	7
	Total	30	37	67

Coefficient de contingence: valeur = 0,732,  $p < .000$

## Quelques exemples, pour amorcer la discussion...

	id	age	Niveau	tr	ltr_1	ltr_ic	ltr_alr	ltr_inter	pr	pr_1	pr_ic	pr_alr
D1-R3	3	63	individu	944	6,653	0,237	.	.	0,976	4,952	.	.
			groupe	0,02	.	-0,038	-0,099	0,127	-0,225	.	1,688	.
D2-R3	4	79	individu	1626	7,244	0,189	.	.	0,976	4,738	.	.
			groupe	0,62	.	-0,094	-0,05	0,099	0,873	.	-0,617	.
D1-R1	9	60	individu	745	6,568	0,240	0,240	.	0,933	2,769	1,882	-1,452
			groupe	-0,319	.	0,025	0,097	0,044	-1,235	.	1,81	.
D1-R3	42	60	individu	738	6,555	0,077	.	.	0,990	4,646	.	.
			groupe	-0,073	.	-0,197	-0,129	0,172	0,645	.	0,979	.
D2-R3	19	70	individu	916	6,595	0,311	.	.	0,957	3,256	.	.
			groupe	-0,066	.	0,082	0,011	-0,047	0,403	.	-0,706	.
D2-R1	15	75	individu	983	6,559	0,492	0,345	-0,573	0,952	5,446	-2,503	-1,164
			groupe	-0,027	.	0,144	0,129	-0,257	0,388	.	-0,828	.